

ALEA

Tech Reports

I mercati finanziari come sistemi complessi:
il modello di Vaga

Gianni Degasperi e Luca Erzegovesi

Tech Report Nr. 7
Settembre 1999

Alea - Centro di ricerca sui rischi finanziari
Dipartimento di informatica e studi aziendali
Università di Trento - Via Inama 5 - 38100 - Trento
<http://www.cs.unitn.it/>

ALEA, Centro di ricerca sui rischi finanziari è un centro di ricerca indipendente costituito presso il Dipartimento di informatica e studi aziendali dell'Università di Trento. Il centro si propone di elaborare conoscenze innovative in materia di risk management, e di favorirne la diffusione mediante pubblicazioni e programmi di formazione. Il centro è diretto dal prof. Luca Erzegovesi. Nella collana ALEA Tech Reports sono raccolti lavori di compendio e rassegna della letteratura e della prassi operativa su tematiche fondamentali di risk management.

Gianni Degasperi (*) e Luca Erzegovesi(**)

I mercati finanziari come sistemi complessi: il modello di Vaga

Abstract

Il paper si propone di presentare i concetti fondamentali e le applicazioni di alcune promettenti teorie intese a rappresentare i mercati finanziari come sistemi dinamici complessi che evolvono tra diversi stati, caratterizzati da distinte configurazioni di rendimento e rischio. In particolare ci si sofferma sul modello del mercato azionario di Vaga, basato sul modello del ferromagnetismo di Ising, evidenziandone le possibili applicazioni all'analisi e alla previsione della volatilità.

(*) Laureato in economia presso l'Università di Trento. Collaboratore di ALEA, Centro di ricerca sui rischi finanziari.

(**) Professore ordinario di Gestione finanziaria e valutaria, Università di Trento. Direttore di ALEA, Centro di ricerca sui rischi finanziari.

Indice

1 - Introduzione	1
2 - Il mercato finanziario come sistema dinamico complesso	3
2.1 <i>La teoria del Caos</i>	4
1.1.1 Un'esemplificazione: l'equazione logistica.....	6
2.2 <i>La teoria della Complessità</i>	9
1.2.1 Le dinamiche comportamentali dei sistemi complessi (il fenomeno della retroazione positiva e negativa).....	12
1.2.2 I parametri d'ordine e di controllo: la Sinergetica.....	19
2.3 <i>La teoria dell'Imitazione Sociale</i>	20
1.3.1 Il modello di Ising.....	21
1.3.2 L'equazione di Fokker – Planck.....	23
2.4 <i>Il mercato finanziario: un sistema adattivo fondato sulla razionalità limitata</i>	29
1.4.1 Dal ragionamento deduttivo all'induzione	29
1.4.2 Il modello di Kirman.....	31
3 - L'Ipotesi di Mercato Coerente.....	39
3.1 <i>I parametri del modello</i>	40
3.1.1 Il sentiment.....	40
3.1.2 Il bias dei fondamentali	42
3.1.3 L'impatto dei parametri sul modello di mercato	42
3.2 <i>Gli stati del sistema</i>	46
3.2.1 Random Walk	47
3.2.2 Transizione Instabile.....	48
3.2.3 Il mercato coerente.....	49
3.2.4 Il mercato caotico.....	51
4 - Conclusioni.....	53
Bibliografia	57

1 - Introduzione

Uragani e tempeste, terremoti, valanghe, crolli finanziari sono eventi che in apparenza non rivelano alcuna relazione comune, se non l'imprevedibilità e l'impatto catastrofico che spesso fanno registrare sulla vita dell'uomo. Ognuno di essi rappresenta una manifestazione, uno stato verso il quale ciascun sistema di riferimento (condizioni meteorologiche, crosta terrestre, mercato finanziario) può evolvere in virtù di particolari dinamiche comportamentali: queste ultime sono il frutto delle molteplici interazioni che si realizzano tra le numerose unità che compongono il sistema e, quindi, non possono essere analizzate attraverso una semplice estensione a livello macroscopico delle dinamiche comportamentali relative alla sfera d'azione di ogni singola unità (livello micro). E' questa una delle principali proprietà che caratterizza i sistemi dinamici complessi, ossia quei sistemi formati da un elevato numero di componenti, autonome e indipendenti, in grado di interagire o meno tra loro e dar vita in tal modo a quei meccanismi di *feedback* (persistenza e autoalimentazione), responsabili dell'amplificazione e trasformazione dei comportamenti individuali nelle dinamiche globali del sistema.

Ai fini di una chiara comprensione strutturale e dinamica del sistema diventa allora necessario adottare un approccio di studio che permetta da un lato di indagare sulle logiche di comportamento delle singole unità e, contemporaneamente, sull'anatomia tipica dei fenomeni (o stati) caratterizzanti la dimensione macroscopica; da un altro lato, di individuare le dinamiche evolutive del sistema, cercando di definire i possibili stati in cui esso può transitare, ma soprattutto di descrivere le condizioni critiche che spiegano le transizioni tra stati.

Questo *paper* si propone di presentare i concetti fondamentali e le applicazioni alla realtà finanziaria di alcune promettenti teorie di origine fisica e interdisciplinare, che considerano i mercati come sistemi dinamici complessi, destinati quindi ad evolvere continuamente e ad articolarsi in diversi stati, caratterizzati ciascuno da una distinta configurazione nel profilo dei rendimenti e del rischio associato.

In particolare, si presenta una rassegna dei modelli che interpretano i cambiamenti di regime all'interno dei mercati finanziari e in particolare i crolli di Borsa. Ci si sofferma sulle teorie che intendono superare l'ipotesi di linearità del processo dei ritorni, il cosiddetto *random walk*, o passeggiata casuale dei titoli - che sta alla base dell'ipotesi di mercato efficiente -, in favore di una visione maggiormente articolata e complessa, secondo la quale la dinamica del mercato risulterebbe essere influenzata dalla presenza di meccanismi di persistenza e autoalimentazione, in grado di amplificare rapidamente gli effettivi di perturbazioni esogene: il fenomeno in questione prende dunque il nome di *non linearità*. Questo filone di ricerca ha stimolato la nascita di molteplici teorie e modelli, tra i quali, ai fini del presente lavoro, appaiono di grande interesse gli studi che considerano il mercato come un sistema complesso, concentrando l'attenzione sulle dinamiche comportamentali, individuali e collettive, dei singoli investitori (dotati di razionalità limitata). In particolare, il fulcro di questa analisi è rappresentato dal lavoro compiuto dal fisico americano Tonis Vaga e definito con l'espressione di Ipotesi di Mercato

Coerente: si tratta di un modello stocastico non lineare che analizza la dinamica del mercato finanziario nei diversi stati in cui esso può transitare, partendo da una situazione di disordine a livello macroscopico (*random walk*) per poi evolvere verso delle configurazioni sempre più strutturate e coerenti. Il modello permette dunque di coniugare la tradizionale dinamica lineare del mercato (che ora si riduce ad uno stato del sistema) con la più recente visione non lineare sopra descritta, ma soprattutto consente di interpretare in termini statistici le variazioni della volatilità caratterizzante i rendimenti del mercato nel corso del tempo: tale obiettivo viene raggiunto attraverso l'analisi di alcune significative variabili in grado di catturare rispettivamente la psicologia degli investitori che operano nel mercato (*sentiment*) e gli orientamenti fondamentali attinenti al contesto macroeconomico in esame (*fundamental bias*). Dal punto di vista concettuale e strutturale l'Ipotesi di Mercato Coerente trae origine dalla Sinergetica, un paradigma scientifico proposto nel 1975 dal fisico tedesco Hermann Haken e avente come finalità lo studio dei comportamenti cooperativi nei sistemi complessi, attraverso l'individuazione di appropriati *parametri d'ordine* e *di controllo*¹; Haken mostrò infatti come semplici modelli non lineari potessero spiegare le transizioni da stati *random* a stati maggiormente ordinati, rilevabili in tutti i sistemi lontani dall'equilibrio.

Il *paper* si articola in due sezioni.

Nella prima si inquadrano le recenti teorie sviluppate negli ultimi trent'anni, la cui comprensione rappresenta una tappa obbligata ai fini dell'interpretazione del modello di Vaga. La prima parte del capitolo è finalizzata a fornire gli elementi necessari per comprendere la struttura e le dinamiche dei sistemi complessi (teoria del Caos, teoria della Complessità, Sinergetica), mentre la seconda è volta ad analizzare le caratteristiche comportamentali che sono proprie dei sistemi sociali - composti cioè da una moltitudine di individui che interagiscono costantemente tra loro (teoria dell'Imitazione Sociale)-, con specifico riferimento agli agenti economici e al modo in cui essi giungono a formulare le proprie scelte.

La seconda sezione esamina dettagliatamente il modello di Vaga, dapprima prendendo in considerazione i parametri di controllo del sistema e le modalità attraverso le quali questi incidono sull'indice di rendimento del mercato e successivamente esaminando i cinque stati del sistema contemplati dal modello. Per ogni stato si cercherà di individuare l'andamento della distribuzione di probabilità del parametro d'ordine e l'evoluzione della cosiddetta *funzione di potenziale* (concetto proveniente dalla fisica).

Nelle conclusioni vengono riassunti i punti di maggior interesse e indicati gli sviluppi in corso nel filone di ricerca considerato.

¹ I parametri d'ordine sono le variabili che caratterizzano e descrivono lo stato macroscopico di un sistema, mentre i parametri di controllo rappresentano quelle forze macroscopiche esterne che influenzano e agiscono sui parametri d'ordine. Nel modello di Vaga si hanno due parametri di controllo: il *sentiment* e il *fundamental bias*.

2 - Il mercato finanziario come sistema dinamico complesso

Nel corso di questi ultimi trent'anni l'interesse per la dinamica evolutiva dei sistemi ha coinvolto studiosi di diverse discipline scientifiche (fisica, biologia, chimica, matematica, economia ...). Sono stati condotti numerosi studi e ricerche, volti da un lato a "testare" la bontà delle teorie e dei modelli tradizionali, rivelatisi spesso incapaci di cogliere adeguatamente le dinamiche comportamentali dei sistemi, e dall'altro ad esplicitare l'insieme di quei "nuovi" principi che offrirebbero una giustificazione di tale inadeguatezza, costituendo le fondamenta per la costruzione di una nuova teoria interdisciplinare: la Scienza della Complessità. Da una visione meccanicistica e lineare (ispirata ai principi newtoniani¹) - dove l'intero è sempre uguale alla somma delle parti - si è così passati ad una concezione non lineare, complessa, in cui la visione lineare rappresenta soltanto uno dei molteplici stati in cui può transitare un sistema: caos e ordine coesistono, in quanto il *parametro d'ordine* del sistema, ossia le variabili che misurano lo stato macroscopico di un sistema, influenzato da forze macroscopiche, o *parametri di controllo*, può manifestare alternativamente dinamiche lineari o non lineari e, in questo ultimo caso, dinamiche coerenti (configurazioni) oppure puramente caotiche. La chiave per comprendere questo è rappresentata dal grado di interazione tra i molteplici elementi, o agenti, che costituiscono il sistema.

Nell'ambito della teoria dei mercati finanziari il passaggio da una visione lineare del mercato, l'Ipotesi di Mercato Efficiente, ad una non lineare ha iniziato a svilupparsi circa trent'anni fa, quando da approfonditi studi sui rendimenti giornalieri dei titoli compiuti da Fama (1965) iniziarono ad emergere elementi in contrasto con il paradigma lineare², ossia con l'ipotesi di *random walk* (ritorni distribuiti normalmente e serialmente indipendenti).

¹ In Peters (1996:136-137) si legge: "Newtonian physics is based on linear relationships between variables. It assumes that:

- For every cause, there is a direct effect.
- All system seek an equilibrium where the system is at rest.
- Nature is orderly.

The clock is the supreme symbol of Newtonian physics. The parts integrate precisely and in perfect harmony toward a predictable outcome. Newtonian physics was the ultimate achievement of the 18th-century "Age of Reason" [...] Through mathematics, we were finally able to understand how nature acted on bodies in motion, and how these bodies interacted".

² In Peters (1996:27-28) si legge: "The linear paradigm says, basically, that investors react to information in a linear fashion. That is, they react as information is received; they do not react in a cumulative fashion to a series of events. The linear view is built into the rational investor concept, because past information has already been discounted in security prices. Thus, the linear paradigm implies that returns should have approximately normal distributions and should be independent. The new paradigm generalizes investor reaction to accept the possibility of nonlinear reaction to information, and is therefore a natural extension of the current view".

Da tali ricerche si evidenziò una distribuzione leptocurtotica dei rendimenti (spostamento verso destra del valore medio rispetto alla distribuzione normale, con frequenze molto più elevate e assumendo “code” più estese – *fat tails* -) e quindi l'impossibilità di interpretare il mercato basandosi sugli assunti del mercato efficiente: cominciarono così a svilupparsi numerose teorie e strumenti finalizzati allo studio delle dinamiche non lineari del mercato finanziario, considerato come un sistema dinamico complesso.

In questo capitolo si cercherà di illustrare le teorie e i concetti che maggiormente hanno contribuito all'emergere di una simile visione del mercato: dall'analisi della teoria del Caos si procederà allo studio della teoria della Complessità, evidenziando le proprietà e le dinamiche caratterizzanti i sistemi complessi; per fare questo saranno introdotti concetti quali biforcazione, funzione di potenziale, grado di polarizzazione ed in particolare saranno esaminate le relazioni tra parametri d'ordine e parametri di controllo. Grazie ad alcuni modelli di interazione sociale si cercherà di analizzare statisticamente i meccanismi attraverso i quali le scelte di ogni singolo agente vengono influenzate dal comportamento degli altri individui, approfondendo a riguardo il concetto di razionalità dei mercati, già osservato in precedenza.

E' opportuno sottolineare come la Teoria della Complessità costituisca un campo di studio molto vasto, caratterizzato da una convergenza di molteplici contributi: quanto proposto in questa sede costituisce quindi una rassegna, non esauriente, di alcuni tra i lavori più significativi, scelti in relazione al loro contatto col modello di Vaga che viene trattato nel capitolo successivo.

2.1 La teoria del Caos

La teoria del Caos si propone di studiare l'aspetto irregolare, apparentemente casuale della natura e della vita, per secoli ignorato dalla scienza ortodossa. “Dove comincia il caos si arresta la scienza classica. [...] L'aspetto irregolare della natura, il suo lato discontinuo e incostante, per la scienza sono stati dei veri rompicapo o peggio mostruosità”³. Il caos, un tempo sinonimo di casualità, è presente ovunque e concerne la natura globale dei sistemi: per questo, negli ultimi tre decenni, si è verificata una rivoluzione nella concezione della Scienza (nell'accezione più ampia del termine), avviata in origine, sulla base del metodo riduzionistico, verso un processo di crescente frammentazione e specializzazione⁴ (nelle diverse discipline – una sorta di sviluppo a compartimenti stagni).

Lo sviluppo della teoria del Caos e quindi la ricerca delle regole che governano le dinamiche non prevedibili solo in apparenza casuali, diventa importante per comprendere “l'ordine” (sinora sconosciuto) sottostante all'evoluzione di tutti i sistemi non lineari (dalla meteorologia alla fluidodinamica, dal ferromagnetismo ai sistemi sociali, dal mercato finanziario alla vita stessa).

In questi ultimi anni, sebbene siano stati numerosi gli studiosi che si sono dedicati allo sviluppo della teoria del Caos, non è mai stata formulata una definizione ben precisa, universalmente accettata di “caos”.

³ In Gleick (1988:9).

⁴ Secondo quanto si apprende in Waldrop (1993), George Cowan, fondatore del Santa Fe Institute, fu uno dei primi scienziati a denunciare la progressiva frammentazione della Scienza e la conseguente incapacità di tale approccio nell'analizzare correttamente la complessità del mondo reale. Il Santa Fe Institute, fondato nel maggio del 1984 in un ex convento nel New Mexico, è considerato uno dei maggiori centri di fama internazionale per lo studio interdisciplinare delle dinamiche non lineari e del comportamento dei sistemi complessi.

In realtà, come sottolinea Gleick (1988:297-298), furono molteplici le definizioni di “Caos” che vennero sviluppate da autorevoli studiosi. “Philip Holmes, un matematico e poeta [...]: *Le orbite complicate, aperiodiche, attrattive di certi sistemi dinamici (di solito di piccola dimensione)*. Hao Bai-Lin, un fisico cinese che aveva raccolto molti articoli storici sul caos in un singolo volume di riferimento: *Una sorta di ordine senza periodicità*, ed anche: *un campo di ricerca in rapida espansione a cui matematici, fisici, specialisti di idrodinamica, ecologi e molti altri hanno dato contributi importanti*. infine: *una classe recentemente riconosciuta e onnipresente di fenomeni naturali*. H. Bruce Stewart, specialista di matematica applicata al Brookhaven National Laboratory di Long Island: *Un comportamento ricorrente apparentemente casuale in un sistema deterministico (meccanicistico) semplice*. Roderick V. Jensen, della Yale University, un fisico teorico che ha esplorato la possibilità del caos quantistico: *Il comportamento irregolare, non predicibile, di sistemi dinamici deterministici non lineari*. James Crutchfield della Santa Cruz Collective (un gruppo di scienziati orientati allo studio dei suddetti sistemi) di Santa Cruz: *Dinamica con entropia metrica positiva ma finita. La traduzione dal matematico è: un comportamento che produce informazione (amplifica piccole indeterminazioni), ma non è del tutto imprevedibile*. E. Ford, che si autoproclamò evangelista del caos: *Dinamica finalmente liberata dai ceppi dell'ordine e della predicibilità... Sistemi liberati per esplorare in modo casuale ogni loro possibilità dinamica... Varietà eccitante, ricchezza di scelta, una grande abbondanza di opportunità*. John Hubbard, esplorando funzioni iterate e l'infinita sregolatezza frattale dell'insieme di Mandelbrot, considerò il termine caos un nome appropriato per le sue ricerche, in quanto implicava la casualità. Per lui il messaggio fondamentale era che processi semplici in natura potevano produrre splendidi edifici di complessità senza casualità. Nella non linearità e nella retroazione si trovavano tutti gli strumenti necessari per la codificazione e poi il dispiegarsi di strutture ricche come il cervello umano”. Un'interessante definizione di Caos viene anche fornita in un articolo di David A. Hsieh, secondo il quale il caos consiste in *un processo deterministico non lineare che sembra essere casuale*⁵. Come rilevato in Cohen (1997), Ian Stewart definisce il caos come *un comportamento stocastico che si verifica in un sistema deterministico, dove “stocastico” significa casuale e “deterministico” implica ordine e regolarità, sottostando a strette leggi matematiche*. Ulteriori definizioni di Caos, soprattutto di tipo matematico – ne forniscono un esempio i lavori di Brock (1986) e di Brock, Lakonishok e LeBaron (1992) - sono state sviluppate da altri autori, ma non saranno affrontate in questa sede.

Tra le diverse definizioni colpisce quella di Ian Stewart per il contenuto in apparenza paradossale: in realtà non solo afferma che il caos si sviluppa secondo semplici regole matematiche (si parla dunque di caos deterministico), ossia seguendo un ordine definito, ma introduce alcune proprietà fondamentali: la **dinamica non lineare**, da cui “l'effetto non appare proporzionale alla causa”, e il **carattere olistico**, quando cioè l'insieme si comporta diversamente dalla somma delle parti.

Queste caratteristiche, intrinsecamente connesse tra loro, permettono di rilevare ulteriori proprietà dei sistemi caotici, tra cui **l'effetto farfalla**⁶, che afferma l'impossibilità di prevedere il risultato finale di un processo caotico a causa della forte dipendenza del sistema dalle sue

⁵ Secondo la definizione di Hsieh (1991:1840) “*chaos is a nonlinear deterministic process which “looks” random*”.

⁶ Tal effetto fu individuato dal matematico e meteorologo Edward Lorenz verso gli inizi degli anni 60, quando nel compiere degli studi di meteorologia si accorse come “per piccoli fenomeni meteorologici – e per chi faccia previsioni su scala mondiale piccolo può significare tempeste e tormente – ogni previsione si deteriora rapidamente. Errori e incertezze si moltiplicano, diffondendosi a cascata attraverso una catena di elementi di turbolenza, da turbini di polvere e temporali improvvisi sino a vortici continentali. [...] Egli rivolse sempre più la sua attenzione alla matematica di sistemi che non trovavano mai uno stato stazionario, sistemi che si ripetevano quasi, ma mai in modo del tutto identico [...] si rese conto che doveva esserci una connessione fra la riluttanza del tempo a ripetersi e l'incapacità dei meteorologi a prevederlo: una connessione fra aperiodicità e imprevedibilità. [...] L'effetto farfalla non era accidentale, bensì necessario [...] acquistò un nome tecnico: dipendenza sensibile dalle condizioni iniziali. [E questa] non era una nozione del tutto nuova. Essa aveva un posto nel folklore: Per colpa di un chiodo si perse lo zoccolo;/ per colpa di uno zoccolo si perse il cavallo;/ per colpa di un cavallo si perse il cavaliere;/ per colpa di un cavaliere si perse la battaglia;/ per colpa di un battaglia si perse il regno! Nella scienza e nella vita, è ben noto che una catena di eventi può avere un punto di crisi in cui piccoli mutamenti [come il battito di ali di una farfalla] sono suscettibili di ingrandirsi a dismisura.” – in Gleick (1988:15-27) -.

condizioni iniziali (punto di partenza), e la presenza di **feedback positivi**, in base ai quali le dinamiche di tali sistemi riescono ad autoalimentarsi e a rinforzarsi.

Queste proprietà saranno in seguito approfondite; per il momento può risultare interessante menzionare e rappresentare graficamente (fig. 2.1) la presenza di *feedback* del genere nei mercati finanziari, rilevabili nella fase di *boom* (mercato toro) e in quella di crollo (mercato orso).

Tabella 2.1 Confronto tra gli elementi caratterizzanti la scienza newtoniana e la scienza del caos.

SCIENZA NEWTONIANA	SCIENZA DEL CAOS
Ordine e regolarità	Disordine e irregolarità
Risultati prevedibili, quindi contesto deterministico	Risultati imprevedibili, quindi contesto probabilistico
Regolato da leggi	Regolato da possibilità e semplici regole
L'universo lavora come un orologio	L'irregolarità domina
Il futuro è precisamente determinato dal passato	Il futuro non può essere determinato dal passato
Sistemi semplici, modulari, lineari (proporzionalità diretta)	Sistemi complessi, non lineari
Molto semplice da calcolare	Non proporzionale, quindi difficile da calcolare
Scoperta 300 anni fa (es. sistema solare)	Scoperta solamente 30 anni fa (ciclo di crescita della popolazione)
Moto ordinato: es. le maree – un fluido sotto l'influenza giornaliera del mare e della luna	Moto disordinato: es. le condizioni atmosferiche – un fluido turbolento, imprevedibile, con numerose influenze non quantificabili
Approccio riduzionistico	Approccio globale, olistico

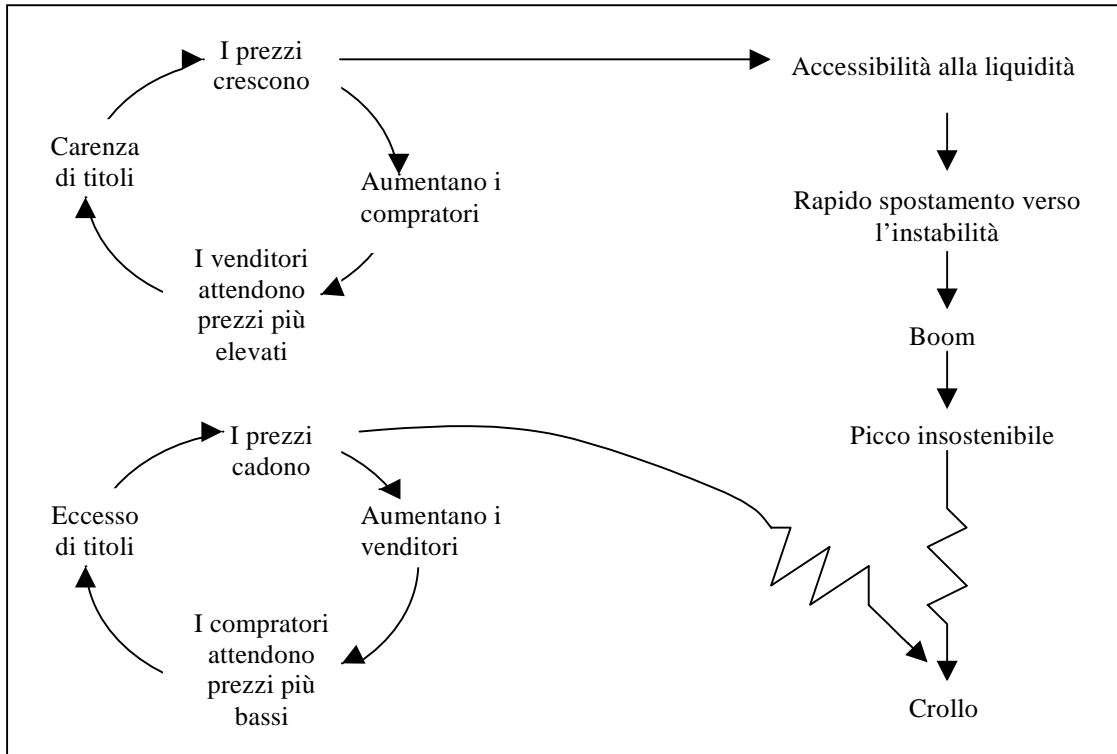
Fonte: Cohen (1997:80)

2.1.1 Un'esemplificazione: l'equazione logistica

Per comprendere chiaramente il concetto di caos e di dinamica caotica, può risultare utile considerare un semplice modello matematico unidimensionale, definito col termine di *Logistic Equation* e capace di riprodurre il comportamento di un sistema non lineare, caratterizzato dalla presenza di *feedback* e da *transizioni di stato* (da stati di ordine si passa a stati di caos: esse costituiscono una caratteristica dei sistemi complessi e saranno dunque esaminate in dettaglio nel successivo paragrafo)⁷.

⁷ Una rappresentazione grafica dei processi caotici viene sviluppata da Hsieh (1991): nel suo articolo egli percorre l'evoluzione di diversi modelli caotici ottenuti da altrettante equazioni matematiche, partendo così dal più semplice, *Tent Map* (il cui nome deriva dalla particolare forma a tenda disegnata dalla funzione), per poi evolvere ad un sistema caotico "più casuale", *Pseudo Random Number Generators*, e al caso dell'equazione logistica in esame, *Logistic Map*; da un'evoluzione di quest'ultimo processo – unidimensionale - è possibile procedere ad un modello caotico bidimensionale, *Hénon Map*, e ad un sistema caotico tridimensionale, *Lorenz Map*. I modelli proposti sinora sono finalizzati al discernimento di caos di bassa dimensione (*low dimensional chaos*), più facile da riconoscere rispetto a quello ad alta dimensione (*high dimensional chaos*) al quale si dedicano altri modelli: *Mackey-Glass Equation* (un'equazione differenziale) e *General Chaotic Maps* (nella quale vengono applicate regole deterministiche).

Figura 2.1 Il fenomeno dei feedback nei mercati finanziari.

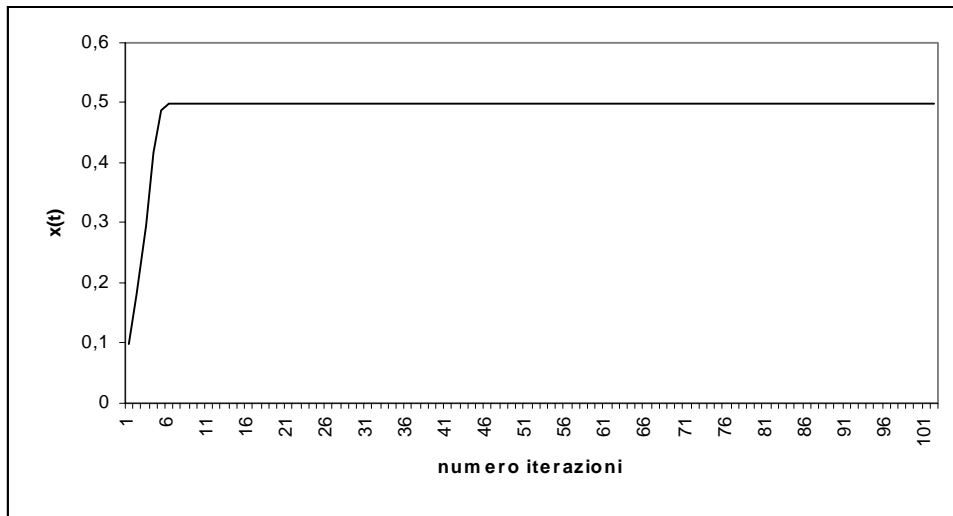


Fonte Cohen (1997:87).

Nella forma generale l'equazione del modello (illustrato da Peters (1996)) risulta essere:

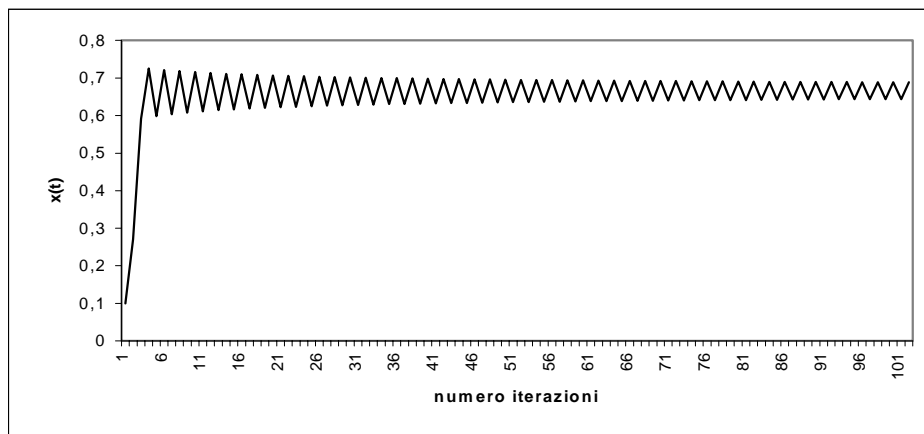
$$x_{(t+1)} = 4 \times a \times x_t \times (1 - x_t)$$

dove $0 < x \leq 1$, $0 < a \leq 1$. Attribuito diversi valori al parametro a è possibile osservare l'andamento della funzione attraverso la ripetizione iterativa dell'equazione (si tratta dunque di un sistema discreto), partendo da un valore x_0 (arbitrariamente fissato a 0,10) per ottenere i dati successivi $x_1=f(x_0)$, $x_2=f(x_1)$, ... Assegnando ad a il valore di 0,50 si può osservare nella figura 2.2 come la funzione tenda velocemente a convergere e a stabilizzarsi in corrispondenza del valore 0,5 di ordinata.

Figura 2.2 Equazione Logistica: andamento della funzione quando $a=0,5$. Stabilità.

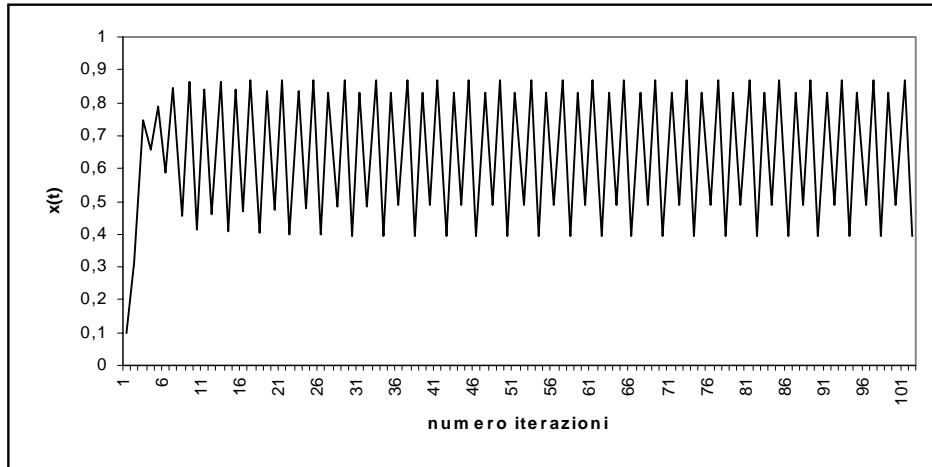
La tendenza della funzione a convergere verso un valore stabile non cambia per valori di a superiori a 0,50 e inferiori a 0,75: l'unica differenza si registra in un progressivo innalzamento del valore di convergenza di $x(t)$.

In corrispondenza del valore $a = 0,75$ il comportamento della funzione cambia radicalmente, oscillando tra due valori e individuando quindi due possibili soluzioni del modello: questa caratteristica prende il nome di **biforcazione** (figura 2.3).

Figura 2.3 Comportamento della funzione quando $a = 0,75$. Biforcazione.

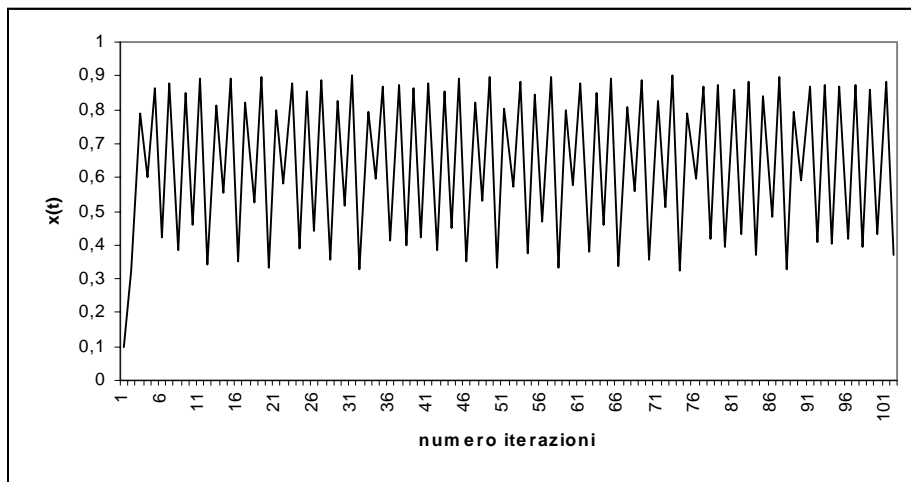
Incrementando il valore del parametro a sino a 0.86237... la funzione continua a presentare il fenomeno di biforcazione, con la differenza che si registra un progressivo ampliamento della banda di oscillazione tra i due valori. In corrispondenza del valore 0.86237... il sistema perde ulteriormente stabilità, ammettendo quattro soluzioni (figura 2.4).

Figura 2.4 Comportamento della funzione quando $a = 0.87$. 4 soluzioni ammesse.



Man mano che si incrementa il valore del parametro la funzione continua a perdere stabilità (se $a = 0,8911$ l'equazione ammette 16 soluzioni), per poi perderla completamente in corrispondenza del valore $a = 0,90$: in questo caso il sistema ammette un numero infinito di soluzioni, ovvero ci si trova dinanzi ad una situazione di **caos** (figura 2.5).

Figura 2.5 Comportamento caotico della funzione, ottenuto quando $a=0,90$. Infinite soluzioni.



Si è così dimostrato come sia possibile raggiungere il caos da una semplice equazione in grado di simulare un sistema deterministico elementare.

2.2 La teoria della Complessità

La teoria del Caos costituisce una parte di un nuovo filone di ricerca scientifica noto come teoria della Complessità e finalizzato all'analisi delle dinamiche dei cosiddetti "sistemi complessi",

ovvero quei sistemi formati da molteplici componenti, che interagendo tra loro sono soliti articolarsi in diversi sottosistemi⁸. I sistemi complessi sono una realtà diffusa ovunque: la vita stessa e la sua evoluzione ne costituiscono un esempio eccellente.

La teoria della Complessità è dunque una scienza interdisciplinare, come testimoniano gli importanti risultati ottenuti in specializzati centri di studi, quali il *Santa Fe Institute*, grazie alla collaborazione di studiosi di diversa “estrazione scientifica”, guidati dalla convinzione che tutti i sistemi complessi si comportino secondo le stesse dinamiche (mettendo in secondo piano le specificità delle diverse realtà disciplinari).

Un aspetto fondamentale dei meccanismi dinamici non lineari che caratterizzano i sistemi complessi consiste nelle transizioni di stato, ovvero cambianti macroscopici che da uno stato di disordine conducono il sistema verso uno stato coerente, di ordine. Nello studio di queste transizioni è importante analizzare le relazioni tra la dimensione microscopica del sistema (singola unità) e quella macroscopica (condizionata dalle dinamiche interattive tra le unità).

Ogni sistema complesso tende normalmente a posizionarsi in uno stato di equilibrio microscopico, un assetto “armonico” di ogni singola componente che, non interagendo in modo coordinato con le altre unità, determina uno stato di disordine macroscopico.

Se opportunamente stimolato il sistema transita verso uno stato maggiormente strutturato, in cui cominciano ad innescarsi dinamiche ordinate a livello globale. E’ importante individuare la **soglia critica** che funge da spartiacque tra gli stati del sistema, ovvero quella “posizione” in corrispondenza della quale si assiste al passaggio da un disordine macroscopico ad uno stato di ordine.

Sotto la soglia critica (il cui valore è relativo, ossia dipende dalla natura del sistema considerato) il sistema si troverà in una posizione di equilibrio, ma di disordine globale. Sotto le opportune condizioni, il sistema tenderà invece a transitare **verso la soglia critica**; ciò determinerà il sorgere di particolari dinamiche di interazione tra le singole componenti che si allontaneranno progressivamente dalla posizione di equilibrio microscopico, contribuendo a rendere il sistema maggiormente strutturato.

Sopra la soglia si raggiunge invece uno stato di non equilibrio delle singole componenti, mentre il sistema appare essere in uno stato di ordine globale. Le forze che stimolano il sistema, determinandone le transizioni tra i diversi stati, possono variare a seconda della natura del sistema: nelle scienze quali la fisica, la chimica, il comportamento delle componenti sarà influenzato da forze naturali, mentre nei sistemi sociali esse sono complesse, rendendo spesso ostica la previsione del comportamento macroscopico del sistema.

A titolo di esempio, può risultare interessante analizzare le principali dinamiche di un sistema complesso lontano dall’equilibrio, quale è il **laser**. Esso consiste in un insieme di atomi e molecole racchiusi in una cavità ottica e stimolati da un flusso di energia (una possibilità potrebbe essere quella di illuminarli) proveniente da una pompa esterna. Se l’energia pompata non è

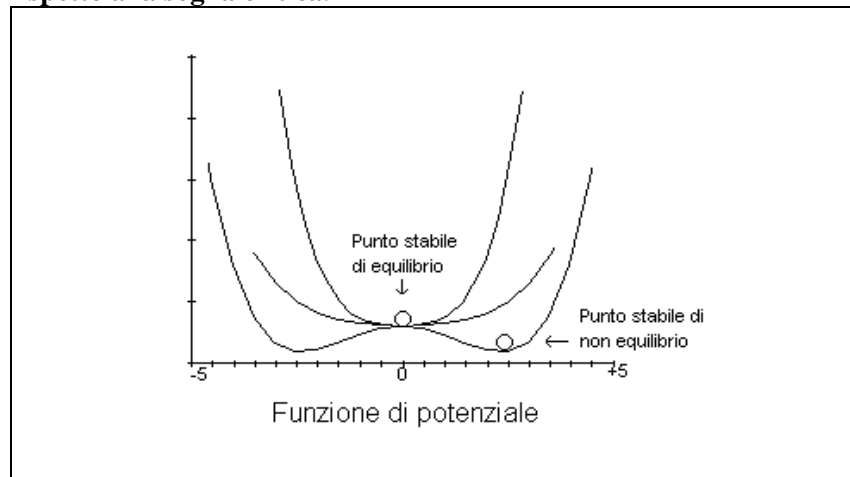
⁸ Un interessante e dettagliato lavoro sullo studio della complessità è stato realizzato da Nicolis e Prigogine (1987), in cui si rileva come “il nostro universo non ha più come simbolo il moto regolare e periodico dei pianeti, moto che è alla base della meccanica classica. E’ invece un universo di instabilità e fluttuazioni, che sono all’origine dell’incredibile varietà e ricchezza di forme e strutture che vediamo nel mondo intorno a noi. [...] Non possiamo dare una netta definizione di complessità [ma è comunque possibile identificare i] suoi ingredienti essenziali: la comparsa di biforcazioni in condizioni lontane dall’equilibrio, e in presenza di opportune non – linearità; il verificarsi di rotture di simmetria oltre la biforcazione [secondo la meccanica classica le leggi che descrivono i fenomeni devono mostrare *simmetrie* che garantiscano l’*invarianza* dei fenomeni stessi: il verificarsi di una rottura della simmetria costituisce pertanto una manifestazione di una differenziazione intrinseca fra diverse parti di un sistema, o fra il sistema e il suo ambiente; le transizioni con rottura di simmetria sono significative solo se portano a soluzioni asintoticamente stabili]; e la formazione di correlazioni di raggio macroscopico [ciò implica che il sistema generi e mantenga relazioni riproducibili tra le sue parti distanti]”.

sufficientemente elevata gli elettroni degli atomi tendono a restituire l'energia sotto forma di emissione di luce, in modo indipendente dal flusso degli atomi adiacenti. Ci si trova dunque nel primo stato del sistema: vi è equilibrio tra le molecole e gli atomi, ma ognuno si comporta in modo disordinato, indipendente. Tuttavia, sotto le giuste condizioni fisiche (giusta miscela di gas, pressione, allineamento degli specchi) e se un sufficiente quantitativo di energia è pompato nella cavità del laser, si raggiunge la cosiddetta soglia critica, al di sopra della quale tutti gli atomi cominciano ad emettere luce in sintonia e in cooperazione tra loro. A questo punto emerge un "coerente e ordinato" raggio di luce che, opportunamente convogliato nella cavità ottica, darà origine al raggio laser vero e proprio. Grazie alla coordinata interazione ottenuta, da una situazione di grande disordine si passa a uno stato ordinato e strutturato. Si osservi che il comportamento del sistema in prossimità della soglia critica appare simile a transizioni di stato in altri sistemi complessi quali il fenomeno del ferromagnetismo, o l'instabilità di Bénard in un fluido.

Per analizzare le transizioni di stato è necessario introdurre il concetto di *funzione di potenziale*⁹, grazie alla quale è possibile visualizzare le dinamiche di un sistema complesso – in questo caso il laser - ad un livello macroscopico.

La funzione di potenziale appare come una sorta di "pozzo", idealmente percorso da una sfera (nel nostro esempio questa rappresenterà il campo elettrico), che avrà il suo punto minimo proprio nella posizione in cui questa tenderà a stabilizzarsi con maggior probabilità.

Figura 2.6 Rappresentazione delle tre situazioni in cui può trovarsi la funzione di potenziale rispetto alla soglia critica.



Nell'esempio del laser, assumendo come variabili di riferimento il potenziale del laser e l'ampiezza del campo elettrico, avremo tre diverse configurazioni del sistema in relazione a ciascuno degli stati in cui esso si trova. Sotto la soglia critica si avrà un "pozzo" piuttosto stretto, in cui il punto stabile sarà in prossimità dello zero¹⁰ (situazione di equilibrio, assenza di cooperazione e di oscillazioni); in prossimità della soglia critica si osserveranno invece ampie fluttuazioni: si allargheranno le pareti del "pozzo" rendendo più estesa la zona di stabilità

⁹ Il termine *potenziale* venne coniato nel XVIII sec. da Laplace; questi, studiando i meccanismi dei corpi celesti, volle indicare con esso una quantità in grado di riassumere tutte le forze che agiscono su un oggetto, focalizzando l'attenzione sulla posizione di potenziale minimo (in corrispondenza del quale non si hanno più forze agenti e dunque si origina una posizione di stabilità).

¹⁰ Lo zero rappresenta il valore del parametro d'ordine in corrispondenza del quale si ha emissione casuale di luce. In questo stato del sistema la distribuzione di probabilità del parametro d'ordine è rappresentata dalla normale di Gauss.

attorno allo zero (gli elettroni eccitati cominciano ad originare dinamiche cooperative); sopra la soglia critica, il macrocomportamento del sistema presenterà dinamiche strutturate (si generano comportamenti cooperativi tra gli atomi producendo il raggio laser) e la funzione di potenziale assume una forma biforcata, ovvero anziché avere un unico punto di minimo se ne avranno due nuovi, lontani dall'attrattore d'origine¹¹. Dove inizialmente si aveva un punto di equilibrio del sistema, ora si trova una sorta di barriera che separa i due nuovi "pozzi" e che proprio per questo motivo viene definita *barriera di potenziale*.

2.2.1 Le dinamiche comportamentali dei sistemi complessi (il fenomeno della retroazione positiva e negativa)

Le transizioni di stato non solo descrivono l'evoluzione delle dinamiche di un sistema complesso, ma in realtà fotografano la tendenza dei sistemi ad autorganizzarsi spontaneamente sulla base di meccanismi endogeni.

L'interazione tra le unità consente lo sviluppo di nuove combinazioni tra le componenti del sistema, con livelli di organizzazione sempre più elevati, e l'insorgere di "proprietà emergenti", intendendo con questa espressione la capacità del sistema di riprodursi continuamente attraverso una costante autorganizzazione¹² dei vari livelli gerarchici creati.

Questa capacità di organizzazione costituisce la chiave per comprendere il processo di evoluzione e di adattamento che caratterizza tutti i sistemi complessi, nonché la tendenza dei sistemi dinamici viventi ad "emergere dal basso verso l'alto", a partire da una popolazione di sistemi ancora più semplice.

In tale processo assume importanza il fenomeno della retroazione positiva (termine usato nella moderna fisica non lineare e sinonimo di *feedback* positivo), ossia la propensione dei piccoli effetti ad incrementarsi progressivamente, al verificarsi di determinate condizioni.

Il fenomeno della retroazione positiva e delle sue applicazioni nei sistemi complessi fu oggetto di studio per l'economista di Stanford Brian Arthur (uno dei pochi studiosi che contribuirono alla progettazione e pianificazione della ricerca nei primi anni di vita del *Santa Fe Institute*). Grazie ad un'approfondita lettura di saggi di biologia molecolare, giunse a comprendere la somiglianza del mondo cellulare – disordinato, complesso, caratterizzato da configurazioni – con il mondo umano, ma soprattutto si rese conto di come la scienza non si traducesse soltanto nell'applicazione di teoremi e di formule matematiche. "Nel mondo biologico [...] minuscoli eventi casuali sono amplificati, sfruttati, ingranditi per accumulazione. Un piccolo fatto accidentale può cambiare tutto. La vita si sviluppa. Ha una storia"¹³.

Queste considerazioni lo condussero pertanto a vedere la vita, i sistemi sociali, l'economia stessa non più come dei sistemi statici, guidati da meccanismi regolari e prevedibili (ispirazione newtoniana), ma come dei sistemi viventi, spontanei e complessi, capaci di autorganizzarsi e di autorinforzarsi. Cominciò a considerare il sistema economico come una struttura viva, composta da una molteplicità di agenti e caratterizzato dal fenomeno di retroazione positiva e del *lock-in*

¹¹ Il punto di potenziale minimo, ossia il punto di equilibrio originario, si trasforma in un massimo relativo della funzione; questo significa che al verificarsi di spostamenti, anche modesti, del parametro d'ordine dal punto in considerazione, si assisterà ad un immediato e progressivo allontanamento da esso, dirigendo verso i due nuovi punti attrattori. La velocità di spostamento dipenderà dalla pendenza della funzione in prossimità del punto di equilibrio.

¹² La tendenza dei sistemi ad autorganizzarsi e autorinforzarsi fu un argomento ampiamente trattato negli studi dello scienziato belga Ilya Prigogine (Premio Nobel nel 1977 per la chimica).

¹³ Waldrop (1993:36).

che ne consegue (meccanismo che determina il perpetuarsi indefinito nel tempo di una soluzione raggiunta, ad esempio di una tecnologia, in seguito al verificarsi di retroazione positiva): sulla base di quest'ultima considerazione sviluppò la teoria dei rendimenti crescenti¹⁴ in antitesi ai principi della teoria economica convenzionale, convinta che tutti i meccanismi di mercato fossero condizionati dalla presenza di rendimenti decrescenti (retroazione negativa o *feedback* negativi), capaci di condurre il sistema verso un singolo punto di equilibrio (allocazione ottimale delle risorse disponibili).

Tabella 2.2 Distinzione di Arthur tra Vecchia e Nuova Economia.

VECCHIA ECONOMIA	NUOVA ECONOMIA
Rendimenti decrescenti	Tiene conto in gran parte dei rendimenti crescenti
Si fonda sulla fisica dell'Ottocento (equilibrio, stabilità, dinamica deterministica)	Si fonda sulla biologia (struttura, configurazione, autorganizzazione, ciclo vitale)
Gli individui sono identici	Si concentra sulla vita individuale; i singoli sono separati e diversi
Se non ci fossero influenze esterne e tutti avessero uguali capacità, raggiungeremmo il Nirvana	Influenze esterne diventano la forza motrice. Non esiste il Nirvana. Il sistema si sviluppa costantemente
I suoi elementi sono quantità e prezzi	I suoi elementi sono configurazioni e possibilità
Non esiste nessuna vera dinamica, nel senso che tutto è in equilibrio	L'economia è sempre sul filo del tempo. Corre in avanti, e c'è un continuo formarsi, dissolversi e mutare di strutture
Vede l'argomento come strutturalmente semplice	Vede l'argomento come intrinsecamente complesso
L'economia come forma <i>soft</i> della fisica	L'economia come scienza altamente complessa

Fonte: Waldrop (1993:48-49)

Secondo la teoria di Arthur esisterebbe una pluralità di punti verso i quali il sistema tenderebbe a transitare e in riferimento ai quali "there is no guarantee that the particular economic outcome selected from among the many alternatives will be the best one. Furthermore, once random economic events select a particular path, the choice may become locked-in regardless of the advantages of the alternatives. If one product or nation in a competitive marketplace gets ahead by chance, it tends to stay ahead and even increase its lead. Predictable, shared markets are no longer guaranteed"¹⁵. Nel 1979 Arthur giunse ad elaborare una interessante, quanto contestata, distinzione tra Vecchia Economia e Nuova Economia (tabella 2.2).

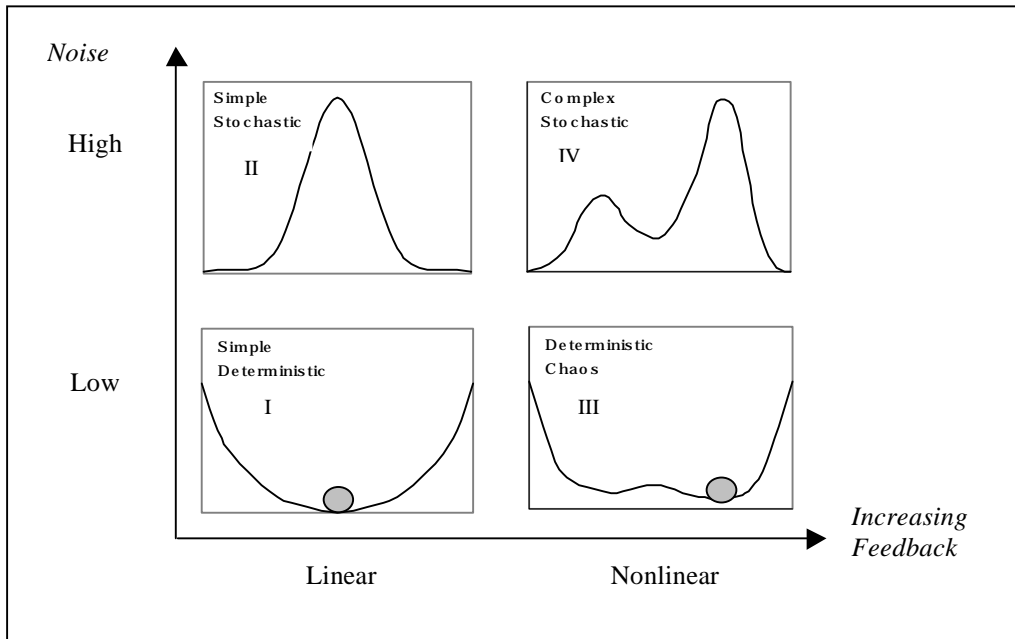
Concentrando l'attenzione sul mercato finanziario - in quanto sistema dinamico complesso - è possibile relazionare il fenomeno dei *feedback* (o *coupling*) caratterizzanti il macrocomportamento del sistema con l'influenza esercitata sull'andamento dei rendimenti da forze casuali (*random*): questo passaggio permette non solo di visualizzare (figura 1.7) e

¹⁴ Sono numerosi gli episodi nei quali la scelta del mercato non è caduta sulla soluzione più "efficiente", ma ha seguito meccanismi propri della retroazione positiva: si veda il caso della tastiera QWERTY per le macchine da scrivere, scelta esclusivamente per il fatto che permetteva una riduzione della velocità di battitura (impedendo così che martelletti dei singoli tasti si incastrassero nella piastra guidacaratteri) e per questo prodotta in grande quantità dalla Remington Sewing Machine Company, seguita successivamente anche dalle altre aziende; il caso dei sistemi di videoregistrazione, verso la metà degli anni '70, quando da una forte competizione tra il sistema Beta Max, migliore dal punto di vista tecnologico, e il sistema VHS, in possesso di una quota di mercato leggermente superiore alla concorrente, il mercato selezionò il sistema VHS (i commercianti impossibilitati ad acquistare entrambi gli articoli privilegiarono l'acquisto del secondo tipo di sistema, permettendone un'espansione sempre maggiore); in generale si osservi come tutte le parti dell'economia definite come *knowledge-based* siano caratterizzate dal fenomeno dei *feedback* positivi e continuano a costituire testimonianze della validità della teoria di Arthur.

¹⁵ Arthur (1990:80).

tradurre in modello i diversi regimi del comportamento macroscopico del mercato e i relativi approcci metodologici, ma costituisce il punto di collegamento tra il modello di *random walk*, il caos deterministico e il modello non lineare di Vaga (Ipotesi di Mercato Coerente). Nel primo quadrante si ha un modesto livello di interazione tra le unità del mercato e assenza di forze casuali sulla determinazione del parametro d'ordine (l'andamento dei rendimenti dei titoli): il mercato si comporta in modo semplice e **lineare**, come un sistema dinamico **deterministico** con un unico punto attrattore. Ne consegue che in esso sono possibili previsioni a lungo termine (ipotesi poco probabile nella realtà).

Figura 2.7 Possibili regimi di mercato in relazione al grado di feedback e al caso.



Le figure I e III indicano funzioni di potenziale, la II e la IV distribuzioni di probabilità del parametro d'ordine

Incrementando l'influenza del caso nell'evoluzione del parametro d'ordine si passa al secondo quadrante, in cui il comportamento del sistema rimane **lineare** (assenza di *feedback*) e può essere descritto come una *random walk*: lo studio della dinamica del rendimento del mercato viene ora affrontato in termini **stocastici**, in quanto quest'ultimo non è più stabile, ma può oscillare secondo una distribuzione di probabilità Normale.

Se l'influenza del caso rimane modesta, ma incrementano i *feedback* (fenomeno di *polarizzazione* delle opinioni tra gli investitori) si registra il passaggio verso dinamiche **non lineari** e quindi si entra nell'ambito del caos **deterministico** – terzo quadrante - (in questo caso semplici modelli non lineari possono essere utilizzati per il compimento di previsioni a breve termine, e questo in virtù della dipendenza del sistema dalle condizioni iniziali e della perdita di prevedibilità al tasso esponenziale).

In corrispondenza di una forte influenza del caso e di un elevato grado di *feedback* – quarto quadrante – si attua un processo **stocastico non lineare**, caratterizzato da una distribuzione di probabilità bimodale: il modello di Vaga si inserisce in questo regime di mercato, proponendosi di prevedere i maggiori cambi nella distribuzione di probabilità governante il sistema.

a) I sistemi evolutivi e il concetto di “margine del caos”

Sono stati numerosi gli studi condotti per approfondire le dinamiche evolutive dei sistemi complessi e il modo in cui queste siano condizionate dalle transizioni di stato (dipendenti a loro volta dal livello di interazione tra gli agenti del sistema)¹⁶. Queste ricerche hanno mostrato che l'evoluzione dei sistemi debba essere ricercata nella “regione” di transizione critica, dove ordine e caos convivono e permettono l'insorgere di configurazioni coerenti nelle dinamiche di interazione tra le unità. Questa regione venne definita da Langton come “margine del caos”.

Questi infatti, nel tentativo di realizzare un automa cellulare¹⁷ (sotto la forma di un programma informatico) nel 1984 trovò di grande importanza la tesi sviluppata dal fisico Stephen Wolfram e fondata sull'idea che tutte le regole¹⁸ governanti gli automi cellulari potessero essere fatte rientrare in una delle quattro classi di universalità esistenti.

“La **Classe I** conteneva quelle che si potrebbero chiamare regole del giorno del giudizio: con qualsiasi configurazione di cellule vive e morte si fosse cominciato, esse sarebbero morte tutte in uno o due intervalli di tempo [...] Nel linguaggio dei sistemi dinamici, queste regole si comportavano come se avessero un singolo punto attrattore. In altri termini, dal punto di vista matematico il comportamento del sistema era simile a quello di una biglia che rotola verso il fondo di una scodella: in qualunque punto sulla parete della scodella si trovi all'inizio del suo moto, la biglia rotola sempre con rapidità verso il centro: lo stato di morte.

Le regole della **Classe II** erano un po' più vivaci, anche se non di molto. Con tali regole, una configurazione iniziale che distribuiva cellule vive e morte a caso sullo schermo dava origine velocemente a un insieme di coalizioni statiche, con forse qualche altra coalizione oscillante in maniera periodica [...] Nel linguaggio dei sistemi dinamici parevano regole cadute in un insieme di attrattori periodici: ossia una serie di depressioni sul fondo di una scodella dove la biglia poteva correre in cerchio lungo la parete all'infinito.

¹⁶ Di particolare interesse sono le ricerche condotte da H. John Holland in riferimento ai sistemi complessi adattivi e allo sviluppo delle reti neurali (sviluppo delle teorie dell'apprendimento della memoria elaborate dal neurofisiologo Donald O. Hebb), gli studi di Stuart Kauffman sulle reti genetiche e i sistemi autocatalitici (Kauffman sosteneva che il principio fondamentale della vita – inteso come origine primordiale - non dovesse essere ricercato in una sola parte (come sancito dalla teoria tradizionale che imputa alla comparsa del DNA – evento casuale – l'inizio della vita), ma nella dinamica complessiva di quello che si può definire come un sistema autocatalitico, capace di sostenersi e rinforzarsi grazie proprio alla tendenza della natura all'autorganizzazione – ordine naturale, derivante dalle leggi della fisica e della chimica), i sopra accennati lavori di Christopher G. Langton sulla vita artificiale e quelli condotti da Doyne J. Farmer sul connessionismo (l'idea di rappresentare una popolazione di agenti interattivi come una rete di nodi collegati da connessioni – applicazione nello sviluppo delle reti neurali).

¹⁷ L'automa cellulare consiste in un programma in grado di simulare il comportamento delle cellule degli organismi viventi, tra cui la riproduzione: in termini pragmatici esso figura come una sorta di griglia in cui ogni cella rappresenta una cellula vivente che giace in uno degli stati di vita possibile e che cambia stato in sincronia con le altre cellule al battere di un ipotetico orologio biologico (“cosmico”). L'automa parte da uno stato iniziale ed evolve sulla base di precise regole che condizionano il comportamento di ogni singola cellula (determinando anche le successive generazioni).

¹⁸ Langton comprese come l'autoriproduzione fosse necessaria per permettere un comportamento realistico dell'automa e per evitare una dinamica lineare, garantendo l'autonomia evolutiva del sistema. Per questo considerò gli studi compiuti sull'autoriproduzione da John von Neumann sin dalla fine degli anni quaranta, nei quali sosteneva che il materiale genetico di qualsiasi sistema riproduttivo, naturale o artificiale, avrebbe dovuto svolgere da un lato la funzione di programma, ossia dell'algoritmo da seguire nella fase di generazione della prole, e dall'altro quella di fornire un insieme di dati passivi che possano essere duplicati e trasmessi. Tradotto in termini matematici si poteva immaginare un universo programmabile, “in cui il tempo sarebbe stato scandito dal ticchettio di un orologio cosmico, e lo spazio come un reticolo discreto di cellule, ognuna delle quali occupata da un calcolatore molto semplice, descritto in termini astratti: un automa finito. In ogni tempo dato e in ogni cellula data, l'automa potrebbe trovarsi soltanto in uno del numero finito di stati... A ogni ticchettio dell'orologio dunque l'automa compirebbe una transizione a un nuovo livello, determinato dalla condizione attuale sua e dei suoi vicini. Le leggi fisiche di questo universo sarebbero perciò codificate nella sua **tavola degli stati di transizione**: la regola che dice a ogni automa in quale stato passare per ognuna delle possibili configurazioni di stati nei suoi dintorni” – in Waldrop (1993:349-350) -.

Le regole della **Classe III** andavano all'estremo opposto: erano troppo vivaci. Generavano così tanta attività che lo schermo sembrava ribollire. Non c'era niente di stabile o prevedibile: le strutture si rompevano quasi subito dopo essersi formate. Nel linguaggio dei sistemi dinamici, tali regole corrispondevano agli attrattori "strani", noti come caos. Il comportamento era quello di una biglia che corresse sulla parete interna della scodella così in fretta da non potersi mai fermare.

C'erano infine le regole della **Classe IV**, regole rare, inclassificabili, che non determinavano raggruppamenti stabili, ma neppure un caos totale. Producevano strutture coerenti, che si propagavano, crescevano, si dividevano e si ricombinavano in modo mirabilmente complesso, che in sostanza non diventavano mai statiche [...] Nella teoria convenzionale dei sistemi dinamici non c'era niente di simile [...]"¹⁹.

Langton realizzò come le regole rientranti nella Classe IV rappresentassero il punto centrale nello studio delle dinamiche comportamentali attinenti proprio all'emergenza spontanea della vita e dell'autorganizzazione. Sapeva bene che in molti sistemi reali non lineari l'equazione del moto era caratterizzata da un parametro numerico (funzionante come una specie di manopola di sintonia) in grado di controllare in che misura il sistema risultasse caotico: decise allora di utilizzare come parametro specifico la probabilità (λ) che una data cellula risultasse ancora "viva" nella generazione seguente. In tal modo si accorse che per valori molto bassi di λ , prossimi allo zero, si potessero trovare regole della Classe I, mentre aumentando di poco il valore di λ si registrarono regole della Classe II; per un valore pari a 0,5 il sistema si sarebbe posizionato in uno stato di caos totale, mentre in corrispondenza del punto critico pari a 0,273 rilevò il formarsi di grandi addensamenti di regole di Classe IV. Langton concluse che nel linguaggio dei sistemi dinamici la dinamica di transizione caratterizzante i sistemi complessi fosse: ordine (Classe I e II) \rightarrow complessità (Classe IV) \rightarrow caos (Classe III).

E' necessario distinguere le **transizioni di fase di primo ordine**, in cui si ha una netta separazione tra ordine e caos (vi rientrano le regole della classe I, II e III), dalle **transizioni di secondo ordine**, meno comuni in natura, ma nelle quali si verifica una posizione di equilibrio perfetto, combinando ordine e caos ("margine del caos" e dunque le regole della classe IV).

b) La criticità autorganizzata e la legge dell'elevamento a potenza

La tendenza dei sistemi complessi ad evolvere verso il margine del caos è oggetto di studio della teoria della criticità organizzata, formulata nel 1987 da Bak, Wiesenfeld e Tang e volta ad analizzare le interazioni globali che spingono i sistemi a transitare da uno stato metastabile ad un altro, senza mai raggiungere una posizione di equilibrio. Questa teoria afferma infatti che "molti sistemi composti evolvono spontaneamente verso uno stato critico in cui un evento anche piccolo scatena una reazione a catena che può coinvolgere un numero qualunque di elementi del sistema. Benché nei sistemi composti i piccoli eventi siano più numerosi delle catastrofi, reazioni a catena di qualunque entità sono parte integrante della dinamica dei sistemi stessi"²⁰.

La teoria della criticità autorganizzata si propone in sostanza di spiegare la dinamica e le ragioni che stanno alla base delle catastrofi che puntualmente si verificano nei sistemi complessi (valanghe, terremoti, crolli finanziari, ecc.). I suoi assunti hanno stimolato lo sviluppo di

¹⁹ Waldrop (1993:358-360).

²⁰ Bak e Chen (1991:22).

numerosi modelli ed esperimenti, tra i quali si ricordino i modelli economici²¹, quelli legati alla distribuzione dei terremoti²² e dei loro epicentri e l'esperimento del mucchietto di sabbia.

L'esperimento del mucchietto di sabbia venne condotto da Held, Watson e altri scienziati per studiare il fenomeno della criticità autorganizzata in laboratorio, attraverso l'impiego di una particolare apparecchiatura in grado di versare lentamente e in modo uniforme della sabbia (un granello alla volta) su una superficie circolare (permettendo dapprima l'osservazione del processo di formazione del sistema complesso – il mucchietto di sabbia – e successivamente delle dinamiche caratterizzanti il mantenimento del sistema allo stato critico).

In un primo momento i granelli restano vicini alla posizione in cui cadono, cominciando successivamente a sovrapporsi per dare origine ad un piccolo mucchietto di sabbia, con una modesta pendenza; man mano che i granelli continuano a cadere i pendii si fanno più ripidi e ogni tanto, nei punti dove la pendenza diventa eccessiva, si registrano delle valanghe, le cui dimensioni medie tendono ad aumentare in corrispondenza della crescita di volume del mucchietto. Quest'ultimo cesserà di crescere, raggiungendo lo stato critico, quando la quantità di sabbia aggiunta risulti essere mediamente compensata da quella caduta oltre il bordo della superficie circolare. Nello stato critico l'aggiunta di ogni singolo granello potrebbe innescare una valanga di qualsiasi dimensione (persino catastrofica), anche se nella maggioranza dei casi questo non avviene. La valanga rappresenta dunque una reazione a catena (o processo di ramificazione), che ha origine quando un granello di sabbia comincia a scivolare lungo la china, a causa di qualche instabilità della superficie del mucchietto, e fermandosi solo se raggiunge una posizione stabile: nella caduta il granello coinvolgerà anche altri granelli giacenti in una posizione di "quasi stabilità", che a loro volta si comporteranno nello stesso modo.

La proprietà fondamentale di questo meccanismo consiste nel fatto che "il mucchietto conserva una pendenza media e un'altezza media costanti perché la probabilità che l'attività cessi è compensata dalla probabilità che l'attività vada incontro a una ramificazione. Quindi la reazione a catena mantiene lo stato critico"²³.

Un sistema interattivo può dunque trovarsi in uno **stato subcritico** (quando la pendenza del mucchietto è inferiore a quella critica e pertanto anche le valanghe risulteranno più piccole), oppure in uno **stato supercritico** (quando la pendenza è invece superiore rispetto a quella critica, per cui si origineranno delle valanghe di maggiori dimensioni): tuttavia, secondo la teoria della criticità autorganizzata il sistema tenderà sempre ad evolvere verso lo stato critico, indipendentemente dal tipo di stato in cui si trovi²⁴. Il fenomeno della criticità autorganizzata presenta inoltre due proprietà caratteristiche: lo **sfarfallamento**, definibile come "la sovrapposizione di segnali di tutte le ampiezze e di tutte le durate [...] prodotti quando un sistema dinamico nello stato critico genera reazioni a catena di tutte le grandezze e di tutte le durate"²⁵ e la **distribuzione frattale**, ovvero la tendenza a distribuirsi secondo leggi che

²¹ Ne costituiscono esempi i modelli e gli studi sviluppati da Brian Arthur, Kauffman, Anderson, Bak (tutti concordi nel considerare le fluttuazioni dell'economia come valanghe di uno stato critico autorganizzato) e da B. Mandelbrot (che analizzando indicatori come l'indice Dow Jones riscontrò delle fluttuazioni simili allo *sfarfallamento*).

²² Partendo dai risultati delle ricerche condotte nel 1956 dai geologi Beno Gutenberg e Charles F. Richter (questi affermarono che il numero annuo di terremoti capaci di liberare una certa energia E fosse proporzionale a $1/E$ elevato alla potenza b – pari a 1,5 -) Bak e Chen costruirono un modello al computer in grado di simulare il comportamento dei terremoti. Riuscirono così a dimostrare come la crosta terrestre si trovi attualmente in uno stato di criticità e che la legge di distribuzione di Gutenberg – Richter costituisca quindi una prova della criticità autorganizzata.

²³ Bak e Chen (1991:24).

²⁴ Si evidenzia il carattere globale di questa proprietà, in quanto nonostante la configurazione del mucchietto a livello locale continui a variare (in seguito al verificarsi delle valanghe), le proprietà statistiche del sistema a livello macro rimangono sostanzialmente costanti. Lo studio di una zona dettagliata del mucchietto potrebbe quindi permettere la previsione di valanghe locali nell'immediato futuro, ma non quella delle valanghe maggiori, frutto della storia complessiva di tutto il sistema (il mucchietto di sabbia).

²⁵ Bak e Chen (1991:24).

comprendono un elevamento a potenza. Per queste caratteristiche appare difficile realizzare delle previsioni di lungo periodo dei sistemi caotici, in quanto la quantità di informazioni necessaria a tal fine cresce esponenzialmente in funzione del tempo: una piccola incertezza iniziale²⁶ potrebbe così generare un errore di previsione destinato a crescere velocemente (in modo esponenziale) nel lungo periodo.

Sulla base di tali considerazioni, Bak e Chen decisero di verificare la bontà delle previsioni elaborate dal loro modello di simulazione dei terremoti introducendo una modesta incertezza iniziale²⁷: nel corso delle simulazioni registrarono effettivamente una crescita di tale incertezza al trascorrere del tempo, ma si resero conto di come fosse più lenta rispetto a quella rilevata nei sistemi caotici.

L'incertezza "infatti segue una legge dell'elevamento a potenza e non una legge esponenziale. Si osservi che la prima costituisce una proprietà della regione di transizione critica²⁸, mentre la seconda la si può rilevare negli altri stati del sistema – un esempio di legge esponenziale è fornito infatti dalla distribuzione Gaussiana. Il sistema evolve ai margini del caos. Questo comportamento, detto caos debole, è una conseguenza della criticità autorganizzata. Il caos debole differisce in modo sostanziale dal comportamento caotico vero e proprio. I sistemi caotici in senso forte sono caratterizzati da un intervallo di tempo oltre il quale è impossibile fare previsioni. Per i sistemi caotici in senso debole questo intervallo di tempo non esiste e quindi le previsioni a lungo termine sono possibili. Dal momento che si scopre che tutti i sistemi critici autorganizzati sono caotici in senso debole, ci si può aspettare che in natura il caos debole sia notevolmente comune²⁹.

Prendendo in considerazione l'esempio fornito dal modello di simulazione dei terremoti e i risultati degli studi di Gutenberg e Richter è quindi possibile illustrare la distribuzione di probabilità (figura 2.8) relativa al verificarsi di un terremoto di una certa dimensione seguente una legge di elevamento a potenza: $Y = \left(\frac{1}{E}\right)^b$, dove Y rappresenta la probabilità dell'evento, E l'energia liberata dal terremoto, b l'esponente pari a 1,5.

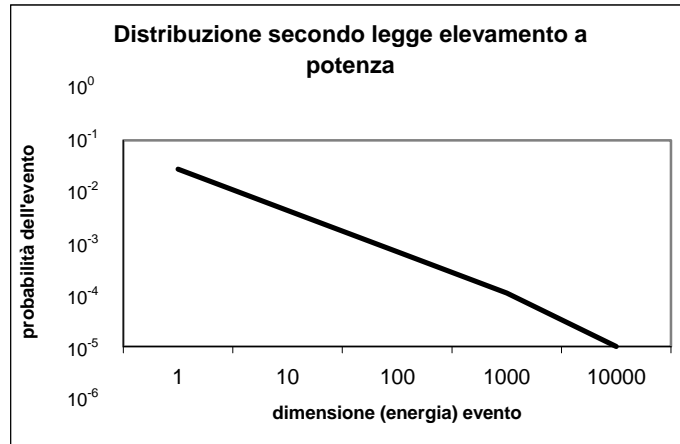
²⁶ Per poter valutare la precisione delle previsioni realizzate su un sistema dinamico risulta indispensabile conoscere con una certa esattezza sia le condizioni iniziali del sistema sia le regole che ne determinano l'evoluzione.

²⁷ Il modello realizzato al calcolatore da Bak e Chen consisteva in una zolla rigida e una elastica, rappresentata quest'ultima da una schiera bidimensionale di blocchi, ciascuno collegato a quattro blocchi adiacenti. Se la schiera viene compressa, le molle esercitano sui blocchi una forza proporzionale alla compressione e i blocchi della zolla elastica interagiscono per attrito con la zolla rigida. Quando la forza esercitata dalle molle su un determinato blocco supera un valore critico, il blocco comincia a scorrere e continua a farlo finché la forza a cui è sottoposto scende al di sotto del valore critico. Per verificare l'accuratezza delle previsioni i due studiosi effettuarono due simulazioni dello stato critico, differenziandole per una piccola forza casuale (agente in una simulazione su ciascun blocco e rappresentando una piccola incertezza nelle condizioni iniziali).

²⁸ A testimonianza dell'analogia in termini statistici della realtà descritta con il mercato azionario e, in particolare con il modello di Vaga, si rilevi come quest'ultimo sostenga che lo stato di transizione critica sia l'unica situazione in cui possa essere applicata la legge dell'elevamento a potenza. Qualora nel mercato si registri un'adeguata crescita economica (a questo proposito si noti che ciò non sempre si verifica in tutti i mercati) la legge dell'elevamento a potenza risulta essere tuttavia un ragionevole riferimento nella determinazione del valore di rendimento atteso.

²⁹ Bak e Chen (1991:28).

Figura 2.8 Rappresentazione del fenomeno dei terremoti secondo una distribuzione seguente una legge di elevamento a potenza.



2.2.2 I parametri d'ordine e di controllo: la Sinergetica

Le transizioni da uno stato *random*, di disordine globale a stati maggiormente strutturati, nonché le principali caratteristiche del comportamento cooperativo dei sistemi complessi (o multicomponenti) aperti o chiusi (la distinzione viene operata in funzione dell'ambito di influenza delle interazioni tra le componenti – presenza o assenza di collegamenti con l'esterno) costituisce l'oggetto di studio della Sinergetica, la scienza finalizzata alla rappresentazione quantitativa dei fenomeni complessi, proposta nel 1975 dal gruppo di ricerca dei sistemi dinamici non lineari di Stoccarda e guidato dal fisico Hermann Haken (esperto in laser).

Quest'ultimo si dedicò allo studio di numerosi sistemi complessi: dal laser alle onde non lineari, dalla fluidodinamica alle reti neurali e al comportamento dei gruppi sociali interattivi; dimostrò come semplici modelli non lineari potessero essere di aiuto nella spiegazione delle caratteristiche delle transizioni di stato (o transizioni di fase³⁰) nei sistemi lontani dall'equilibrio: questi, a livello macroscopico possono essere caratterizzati da un set limitato di macrovariabili (le variabili che misurano e condizionano lo stato macroscopico del sistema sono definite **parametri d'ordine**), quali la temperatura, la pressione, la densità e l'indice di polarizzazione (sintesi degli atteggiamenti degli agenti) nell'ambito dei sistemi sociali.

Cambiamenti radicali nei parametri d'ordine, a seguito di mutamenti nelle forze macroscopiche esterne che influiscono su di essi (definite come **parametri di controllo**), possono comportare il raggiungimento di particolari valori critici, al cui superamento si verificano le transizioni di stato del sistema. L'obiettivo della Sinergetica è quindi identificare gli appropriati parametri d'ordine e quelli di controllo da considerare ai fini dell'analisi di un dato problema.

La Sinergetica, unita alla teoria dell'Imitazione Sociale, costituiscono le fondamenta metodologiche del modello di Tonis Vaga, nel quale la funzione di potenziale (*low-dimensional attractor*) – definita dall'andamento del parametro d'ordine, l'indice di rendimento dei titoli – è influenzata da due parametri di controllo, il *sentiment* degli investitori (una misura tecnica della psicologia del mercato) e il *bias dei fondamentali* (una grandezza che sintetizza la realtà

³⁰ Haag e Weidlich (1983).

macroeconomica in cui operano gli investitori). Un terzo parametro è rappresentato dai gradi di libertà del sistema, ovvero il numero (costante) di aziende quotate nel mercato. Prima di affrontare il modello di Vaga, si presentano le teorie fisiche e sociologiche precedenti che lo hanno ispirato.

2.3 La teoria dell'Imitazione Sociale

La teoria in esame, elaborata nel 1974 dai fisici americani Earl Callen e Don Shapero, studia le dinamiche di comportamento dei sistemi non lineari sociali e, in particolare, le tendenze imitative che si sviluppano tra i singoli agenti³¹.

Ognuno di essi, sebbene dotato di una propria indipendenza e autonomia di comportamento, tende infatti ad uniformarsi alle dinamiche comportamentali della collettività in cui è inserito: da un atteggiamento individuale si sviluppa così una dimensione di gruppo, di massa, definita col termine di *group think*.

L'argomento in esame fu oggetto di riflessione per molti studiosi: tra questi, gli stessi Callen e Shapero (1974:24) citano un significativo passo scritto nel 1852 da Charles Mackay che, analizzando la storia delle nazioni e soffermandosi sulla follia di massa alla base di parecchie vicissitudini di carattere militare e religioso, giunse ad affermare come “[...] *communities suddenly fix their minds upon one object, and go mad in its pursuit; [...] Men, it has well been said, think in herds; it will be seen that they go mad in herds, while they recover their senses slowly, and one by one*”.

Per poter descrivere e prevedere le dinamiche di un sistema sociale – nel caso specifico, il mercato finanziario – è quindi necessario tenere in considerazione il livello di *group think* tra gli agenti (nel modello di Vaga questa funzione è svolta dal *sentiment*) e il modo, nonché l'impatto, con il quale influisca sull'evoluzione del parametro d'ordine.

Dal punto di vista statistico, esistono forti analogie tra il fenomeno dell'imitazione sociale e il fenomeno del ferromagnetismo, studiato dal Modello di Ising (vedi paragrafo successivo): in entrambi i sistemi il parametro d'ordine evolve transitando da stati (o fasi) caratterizzati da disordine macroscopico (assenza di *group think* nei gruppi sociali, e assenza di polarizzazione magnetica nel Modello di Ising, in quanto non si rileva coordinazione tra le molecole della barra di metallo) a stati ordinati, in cui compaiono strutture e configurazioni coerenti (elevato *group think*: tutti i soggetti si comportano allo stesso modo – nel mercato finanziario questa caratteristica si rileva in particolare nelle fasi di *bull market* e *bear market* -; si sviluppa il fenomeno magnetico nel Modello di Ising).

Per questa somiglianza tra sistemi sociali e fisici è possibile estendere l'approccio metodologico proposto dal Modello di Ising allo studio dei sistemi sociali³², attraverso il quale sarà possibile

³¹ Nell'articolo pubblicato da Callen e Shapero (1974) vennero presi in considerazione molteplici sistemi sociali, nei quali vennero evidenziate le tendenze imitative degli agenti: il comportamento di volo di uno stormo di oche (la loro tendenza a spiccare il volo per disporsi secondo geometrie ben definite), il sincronismo rilevabile nel modo di nuotare di un banco di pesci (e la loro capacità di nuotare in modo allineato, riuscendo a cambiare velocemente e contemporaneamente direzione), il ritmo di pulsazione delle cellule cardiache dei mammiferi (ciascuna dotata di un proprio ritmo, ma una volta connesse grazie a particolari filamenti assumono la medesima frequenza di battito), l'emissione luminosa delle lucciole (che in collettività avviene con una sorprendente regolarità), il comportamento degli individui nel vestirsi (tendenza ad uniformarsi, seguendo i dettami della moda).

visualizzare le transizioni di stato del sistema; per determinare invece la probabilità che il sistema si trovi in uno specifico stato si dovrà invece esaminare la distribuzione di probabilità del parametro d'ordine, governata dall'equazione di Fokker-Planck.

Questo passaggio costituisce una tappa obbligata per una successiva analisi dell'Ipotesi di Mercato Coerente, nella quale l'indice di rendimento del mercato finanziario segue proprio la distribuzione probabilistica in esame. Per sottolineare la strumentalità ai nostri fini dell'analogia fisica, saranno inserite brevi digressioni per indicare man mano le corrispondenze con le variabili finanziarie.

2.3.1 Il modello di Ising

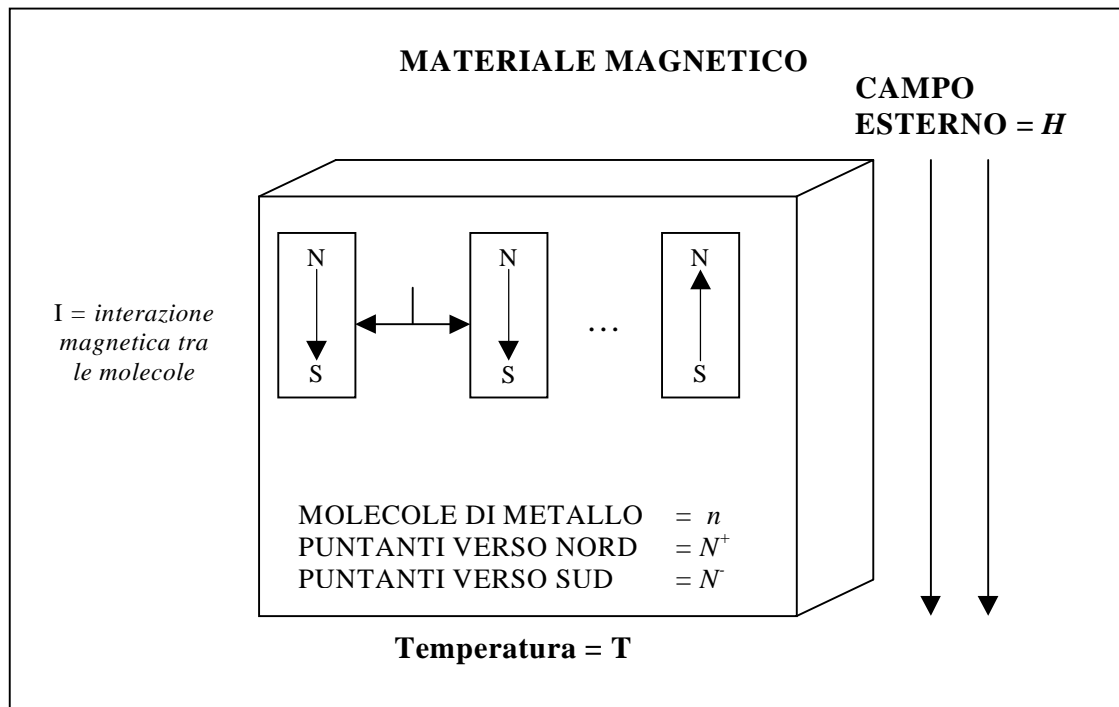
Si consideri una barra di metallo costituita da una moltitudine di molecole, n , ciascuna dotata di un proprio orientamento magnetico. Tra di esse alcune puntano verso Nord, N^+ , mentre le restanti verso Sud, N^- . Il parametro d'ordine del sistema, q , è rappresentato dal magnetismo del sistema (polarizzazione magnetica), quantificabile come $q = (N^+ - N^-) / 2n$; le variabili del sistema sono la temperatura della barra, T , una forza magnetica esterna in grado di influenzare la direzione verso cui punta la singola molecola, H , il grado di interazione magnetica (*coupling*) tra due molecole adiacenti, I (Fig. 2.9).

Parallelamente, si supponga che in un sistema sociale formato da n individui, N^+ soggetti abbiano una certa opinione, mentre N^- ne abbiano una opposta. q in questo caso rappresenta il grado di polarizzazione delle opinioni del gruppo, $q = (N^+ - N^-) / 2n$, mentre le altre variabili sono k , il grado di interazione nella formazione delle opinioni delle persone appartenenti al gruppo, h , un'influenza esterna in grado di determinare il prevalere di una preferenza sull'altra, e w , il tasso al quale un individuo può mediamente mutare la propria opinione in virtù dell'opinione opposta.

Nel caso in cui la temperatura della barra sia alta (in assenza di forze magnetiche esterne) si verificano forti oscillazioni tra le molecole della barra e l'orientamento di ciascuna varierà in maniera indipendente dalle altre (a causa del bombardamento casuale tra le molecole).

Figura 2.9 Le molecole in un materiale magnetico interagiscono con le altre unità confinanti e con il bias esterno (campo magnetico).

³² In realtà, essendo i gruppi sociali dei sistemi aperti, sembra essere più indicata la loro descrizione attraverso l'esempio del laser (vedi paragrafo 2.2), in quanto nonostante sia anch'esso un sistema fisico è aperto essendo alimentato da una pompa di energia, al contrario del fenomeno del ferromagnetismo caratterizzante una barra di metallo (sistema chiuso). Il Modello di Ising fornisce tuttavia un approccio metodologico che ben si presta all'analisi e alla comprensione delle dinamiche sociali.



Il sistema sarà quindi in uno stato di disordine macroscopico, in quanto le forze di oscillazione prevarranno su quelle di interazione, e il parametro d'ordine seguirà una distribuzione di probabilità normale, quindi con un valore atteso pari a zero (ciò significa che la polarizzazione magnetica a volte punterà verso sud, in quanto sarà superiore il numero di N^- , altre volte verso nord, nel caso opposto, secondo la legge Gaussiana).

Abbassando la temperatura sotto la soglia critica si verificherà una diminuzione delle forze di oscillazione delle molecole, che cominceranno quindi ad interagire tra loro in modo coordinato, dando vita a fenomeni di persistenza ed autoalimentazione - *feedback* - (comparsa di atteggiamento imitativo). In questo stato se un gruppo di molecole punterà in una direzione andrà ad influenzare la direzione delle molecole adiacenti, che a loro volta si comporteranno di conseguenza.

Il valore atteso del parametro d'ordine sarà ancora zero, ma questo presenterà delle oscillazioni molto più marcate e persistenti dello stato precedente: la polarizzazione magnetica passerà quindi velocemente da una fase di persistente orientamento verso nord ad una fase opposta, altrettanto persistente, ottenendo una distribuzione di probabilità bimodale, caratterizzata cioè da due massimi relativi (Vaga definisce questo stato come Caos Statistico - vedi paragrafo 2.2.1).

A questo punto qualora dovessero intervenire forze magnetiche esterne, H , (in precedenza si erano ipotizzate assenti) si verificherebbe un forte condizionamento sul comportamento dei diversi gruppi di molecole, i quali tenderebbero ad allinearsi tutti nella stessa direzione del bias esterno. Il sistema si comporterebbe in conclusione in modo ordinato e coerente e il parametro d'ordine si posizionerebbe non più attorno allo zero, bensì verso una direzione ben definita (le fluttuazioni si concentrerebbero pertanto attorno al nuovo attrattore del sistema).

In riferimento ai sistemi sociali quando la variabile, k , supera la soglia critica, la teoria prevede che ci sarà una transizione da uno stato di disordine macroscopico (in cui q fluttua attorno al valore zero) a uno stato di ordine (nel quale q fluttua attorno a uno dei due punti asintoticamente

stabili, lontani dallo zero). In un gruppo sociale lo stato di ordine riflette concordanza di opinioni su una certa materia. Inoltre, un'opinione politica in un gruppo potrebbe tendere a persistere per un lungo periodo di tempo, qualora gli individui che ne fanno parte tendano a schierarsi in massa a favore o contro una particolare idea politica. In un gruppo sociale l'analogia con il modello di Ising suggerisce che ci sarà "una temperatura sociale critica" per quanto riguarda la polarizzazione nel comportamento degli individui. Quando un gruppo diventa suscettibile di comportamento polarizzato, come nel caso del magnete, perfino influenze esterne di modesta entità possono avere un forte e persistente impatto sulla polarizzazione delle opinioni nel gruppo. L'atteggiamento di massa può essere razionale oppure no, ma una volta che esso emerge determina l'insorgere di persistenza nelle dinamiche descritte.

2.3.2 L'equazione di Fokker – Planck

Uno dei basilari principi della fisica è l'equazione della continuità, attraverso la quale si esprime l'idea che il tasso di cambio in qualsiasi popolazione è uguale ai guadagni (entrate) meno le perdite (uscite).

In riferimento al Modello di Ising³³ i guadagni (*gains*) nello stato (N^+, N) al tempo t , dipendono dagli stati precedenti $(t-1)$, in quanto, supponendo che solo una molecola muti il proprio orientamento magnetico nel passaggio da uno stato all'altro, le possibili configurazioni al tempo $t-1$ saranno rappresentate da uno stato con una molecola in più (rispetto al tempo t) puntante verso nord, oppure (alternativa) verso sud (in entrambi i casi i diversi stati hanno una certa probabilità di evolvere verso lo stato N^+, N). Al tempo t la probabilità che N^+ molecole siano orientate verso nord e N molecole verso sud è:

$f(N^+, N, t)$ = probabilità al tempo t che N^+ molecole puntino verso nord e N molecole verso sud

Per valutare questa funzione di probabilità è prima necessario introdurre la probabilità di transizione dallo stato iniziale alle due evoluzioni possibili $(t+1)$, che rappresentano le perdite del sistema (*losses*):

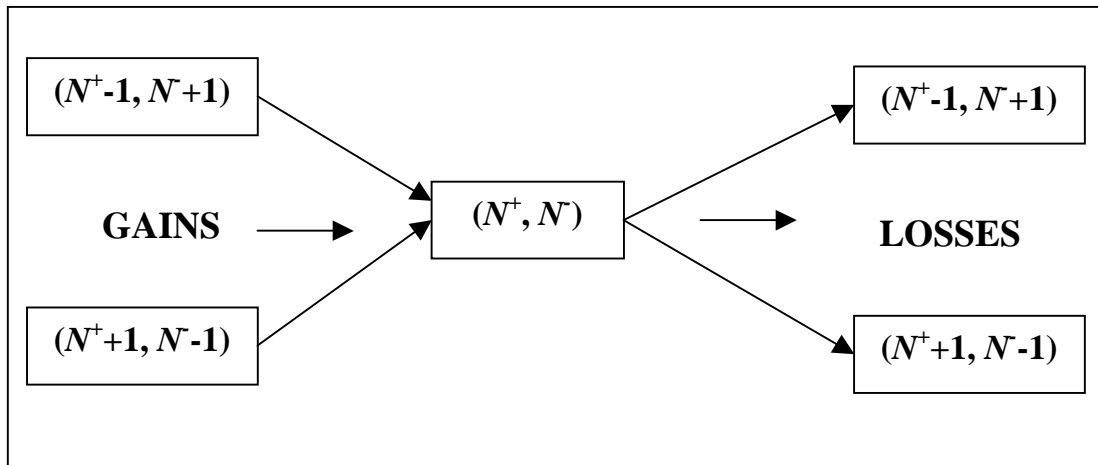
$P^+(N^+, N)$ = probabilità di transizione dallo stato (N^+, N) allo stato $(N^++1, N-1)$, ossia si registri il cambiamento di direzione di una molecola precedentemente orientata verso sud;

$P^-(N^+, N)$ = probabilità di transizione dallo stato (N^+, N) allo stato $(N^+-1, N+1)$, ossia si registri il cambiamento di direzione di una molecola precedentemente orientata verso nord.

Queste transizioni di probabilità definiscono la probabilità con cui una singola molecola cambia il proprio orientamento magnetico, influenzando in tal modo la configurazione globale del sistema. Nel caso discreto analizzato, i flussi di probabilità in entrata (*gains*) e in uscita (*losses*) riferiti allo stato (N^+, N) sono rappresentabili graficamente:

³³ In Haken (1983:328-329).

Figura 2.10 Possibili configurazioni nell'evoluzione del sistema nel Modello di Ising.



Analiticamente invece, l'equazione derivante dall'incontro dei flussi di densità di probabilità relativo agli stati antecedenti e seguenti prende il nome di **Equazione Master**³⁴ e risulta:

$$\frac{\partial p(N^+, N^-; t)}{\partial t} = \left[w^{+-}(N^+ + 1, N^- - 1)p(N^+ + 1, N^- - 1; t) - w^{+-}(N^+, N^-)p(N^+, N^-; t) \right] + \left[w^{-+}(N^+ - 1, N^- + 1)p(N^+ - 1, N^- + 1; t) - w^{-+}(N^+, N^-)p(N^+, N^-; t) \right]$$

in essa $p(N^+, N^-; t)$ = probabilità che nell'istante t si abbia la configurazione (N^+, N^-)

$w^{+-}(N^+, N^-) = N^+ p^+ =$ flusso atteso di inversione di orientamento da nord verso sud, espresso in termini di numero di molecole: p^+ rappresenta infatti la probabilità che una molecola inverta il proprio orientamento magnetico³⁵;

$w^{-+}(N^+, N^-) = N^- p^- =$ flusso atteso di inversione di orientamento da sud verso nord, espresso in termini di numero di molecole: p^- rappresenta infatti la probabilità che una molecola inverta il proprio orientamento magnetico.

Sino a questo momento si è considerato il sistema nel caso discreto; ai fini di una dettagliata analisi dell'evoluzione della distribuzione di probabilità della polarizzazione magnetica del sistema, q , diventa opportuno sostituire tale parametro nella funzione. Se la numerosità delle molecole è elevata sarà necessario rappresentare nel continuo la distribuzione di probabilità (funzione di continuità). L'Equazione Master potrà così essere espressa:

³⁴ L'equazione Master è un'equazione di equilibrio di probabilità dinamiche, ottenuta esplicitando il flusso di densità inerente alle differenti configurazioni in cui il sistema può transitare: in tal modo la variazione di densità di probabilità di uno stato del sistema si determina effettuando la differenza tra il flusso di densità in entrata (ovvero i guadagni derivanti dall'arrivo di unità dagli stati adiacenti) e quello in uscita (per la perdita di unità verso stati adiacenti).

³⁵ Nell'estendere la struttura metodologica proposta da Haken in riferimento alle scienze naturali al contesto delle scienze sociali, Weidlich (1988) definisce tale valore come *tasso di transizione di probabilità configurazionale*: l'autore utilizza il modello per studiare diversi fenomeni sociali, tra cui i flussi migratori che si possono registrare tra due o più aree; in tal caso, al pari del modello di Ising, il tasso di transizione configurazionale serve per individuare la probabilità che da una certa socioconfigurazione si passi ad una nuova configurazione, caratterizzata dal verificarsi di migrazione e quindi di una diversa distribuzione demografica tra le due aree.

$$\frac{\partial f(q,t)}{\partial t} = \text{Gains} - \text{Losses} =$$

$$= [w^{+-}(q) + w^{-+}(q)]f(q,t) + [w^{+-}(q + \Delta q)f(q + \Delta q,t) - w^{-+}(q + \Delta q)f(q + \Delta q,t)]$$

dove $q = \frac{(N^+ - N^-)}{2n}$ = parametro d'ordine

$\Delta q = \frac{1}{n}$ = variazione del parametro d'ordine in seguito al mutamento di orientamento di una molecola

$w^{+-}(q) = N^+ p^{+-}(q) = n(\frac{1}{2} + q)p^{+-}(q)$ = flusso atteso di transiti da nord a sud per giungere nello stato q, ossia (N^+, N) .

$w^{-+}(q) = N^- p^{-+}(q) = n(\frac{1}{2} + q)p^{-+}(q)$ = flusso atteso di transiti da sud a nord per giungere nello stato q, ossia (N^+, N) .

Come è possibile osservare, l'operazione di esplicitazione dell'equazione differenziale di densità di probabilità (Equazione Master) risulta essere piuttosto complessa.

E' possibile ricorrere ad una sua approssimazione attraverso l'impiego della Serie di Taylor (generalmente limitata alla derivata di secondo ordine), dalla quale si ottiene immediatamente l'equazione di Fokker – Planck, ossia l'equazione differenziale governante la distribuzione di probabilità del parametro d'ordine, q, in qualsiasi stato si trovi:

$$\frac{\partial f(q,t)}{\partial t} = -\frac{\partial [K(q)f(q,t)]}{\partial q} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 [Q(q)f(q,t)]}{\partial q^2} \quad (36)$$

dove $K(q) = \Delta q [w^{-+}(q) - w^{+-}(q)]$ e rappresenta il *coefficiente di Drift*,

$Q(q) = \Delta^2 q [w^{+-}(q) + w^{-+}(q)]$ e costituisce il *coefficiente di Diffusione*³⁷.

La soluzione dell'equazione di Fokker – Planck si ottiene nel caso di stazionarietà, ovvero in un contesto di indipendenza temporale: analiticamente ciò si traduce ponendo $\partial f / \partial t = 0$ e ricavando in tal modo la forma funzionale di densità di probabilità in grado di soddisfare l'equazione differenziale sopra individuata.

³⁶ Esplicitando il passaggio secondo l'applicazione della Serie di Taylor riportata in Haken (1983):

$$\frac{\partial f(q,t)}{\partial t} = \frac{\Delta q \partial [w^{+-}(q)f(q,t)]}{\partial q} + \frac{\Delta^2 q}{2} \frac{\partial^2 [w^{+-}(q)f(q,t)]}{\partial q^2}$$

$$- \frac{\Delta q \partial [w^{-+}(q)f(q,t)]}{\partial q} + \frac{\Delta^2 q}{2} \frac{\partial^2 [w^{-+}(q)f(q,t)]}{\partial q^2}$$

³⁷ Un'esauriente analisi attinente al significato statistico del coefficiente di *Drift* e del coefficiente di *Diffusione* è fornita da Haag e Weidlich (1983:22-25): gli autori infatti partendo dallo sviluppo matematico delle equazioni di moto (riprendendo gli studi condotti da Haken) e soffermandosi sull'equazione di Fokker - Planck giungono a definire “ $K(x_0)$ and $\epsilon Q(x_0)$ are the mean deviation and mean square deviation of x in the time interval Δt , divided by Δt ”.

In questa situazione è infatti possibile ottenere la seguente soluzione generale:

$$f(q) = cQ^{-1}(q) \exp \left\{ 2 \int_{-\frac{1}{2}}^q \frac{K(y)}{Q(y)} \partial y \right\}$$

dove:

$$c^{-1} = \int_{-\frac{1}{2}}^{+\frac{1}{2}} Q^{-1}(q) \exp \left\{ 2 \int_{-\frac{1}{2}}^q \left[\frac{K(y)}{Q(y)} \right] \partial y \right\} \partial q$$

Grazie alla soluzione ricavata è ora possibile procedere ad analizzare la macrodinamica caratterizzante il sistema, attraverso lo studio delle transizioni del parametro d'ordine (magnetismo della barra) in funzione dei diversi valori assunti dai parametri di controllo.

Fino a questo punto infatti non è stato formulato alcun assunto in relazione alle probabilità di inversione nella direzione delle molecole; in precedenza si è osservato come nel Modello di Ising esista un grado di interazione magnetica tra le molecole adiacenti (sulla base del quale le molecole puntanti in una direzione sono in grado di influenzare l'orientamento delle vicine) e come la presenza di un campo magnetico esterno consenta la polarizzazione delle stesse verso una direzione ben precisa. Si ricordi inoltre come la presenza di forze termiche casuali caratterizzate dalla temperatura della barra tenda a far diminuire il livello di interazione tra le molecole.

Ora è quindi possibile procedere allo studio del comportamento microscopico delle molecole del Modello attraverso la comprensione delle probabilità di transizione ad esse associate, influenzate dai fattori sopra descritti; in termini quantitativi:

$$w^{+-}(q) = \nu \exp \left[\frac{-(Iq + H)}{k_b T} \right] = \nu \exp [-(kq + h)]$$

$$w^{-+}(q) = \nu \exp \left[\frac{+(Iq + H)}{k_b T} \right] = \nu \exp [+(kq + h)]$$

dove ν misura la frequenza di inversione nell'orientamento delle molecole (*the frequency of the flipping processes*³⁸), k_b è la costante di Boltzmann, $k = I / k_b T$ è un parametro che misura il livello di interazione magnetica tra le molecole della barra tenendo conto della sua temperatura, mentre $h = H / k_b T$ è un parametro che misura l'influenza del *bias* esterno (campo magnetico) sull'orientamento delle molecole – sulla base della temperatura della barra - : k e h costituiscono i parametri di controllo del Modello di Ising.

Sulla base di queste assunzioni il valore di $K(q)$ –*coefficiente di drift* – e di $Q(q)$ –*coefficiente di diffusione* – diventano:

$$K(q) = \sinh(kq + h) - 2q \cosh(kq + h)$$

$$Q(q) = \frac{\cosh(kq + h) - 2q \sinh(kq + h)}{n}$$

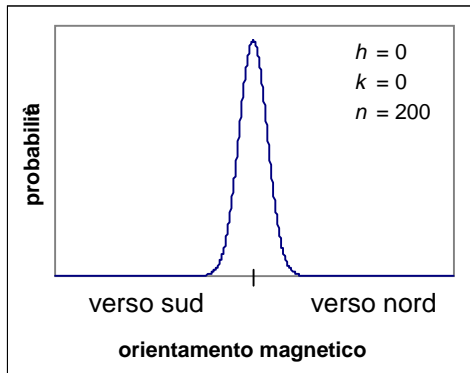
Per una migliore comprensione del significato statistico di tali coefficienti si rilevi che il valore c costituisce un parametro finalizzato alla normalizzazione dell'equazione di cui sopra,

³⁸ Haken (1983).

rendendola una funzione di densità del tipo $\int f(q) dq = 1$, mentre le definizioni trigonometriche iperboliche sono: $\sinh(x) = (e^x - e^{-x}) / 2$ e $\cosh(x) = (e^x + e^{-x}) / 2$.

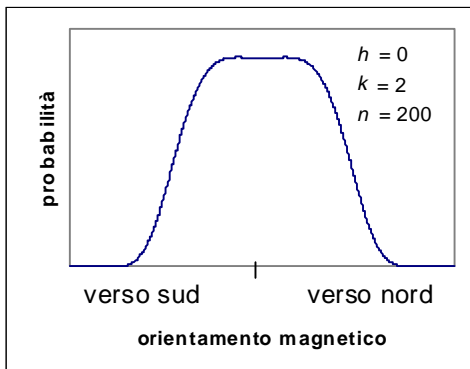
Nel procedere ad una rappresentazione grafica della distribuzione di densità di probabilità del parametro d'ordine, in funzione dei diversi valori assunti da k e da h (si tratta ovviamente di valori ipotetici, come anche il valore attribuito ai gradi di libertà del sistema, n – arbitrariamente fissato a 200 molecole -) si potrà assistere all'evoluzione della funzione e, con essa, all'emergere di diverse posizioni di equilibrio (inteso come orientamento magnetico) (si veda la figura 2.11).

Figura 2.11. Funzioni di densità dell'orientamento per diversi valori dei parametri di controllo.



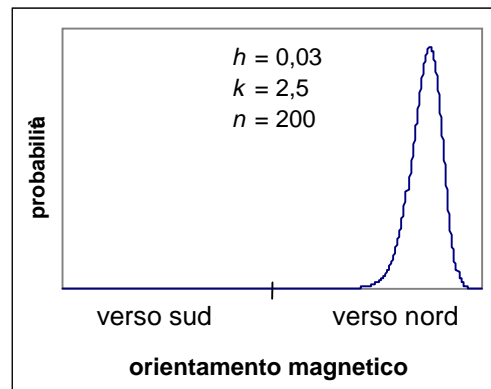
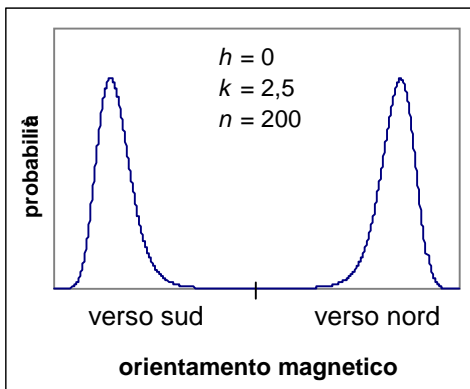
Distribuzione Gaussiana.

Si verifica nel momento in cui nella barra di metallo vi è una temperatura elevata, la quale impedisce l'interazione tra le molecole ($k = 0$), che si muovono dunque in modo casuale. Assenza di magnetismo.



Transizione critica.

Si verifica quando diminuisce il livello della temperatura della barra di metallo e le molecole iniziano così ad interagire, dando origine a *cluster* sempre più grandi ($k = 2$). Compaiono fenomeni di persistenza nell'orientamento magnetico delle molecole, soggetto tuttavia a repentine inversioni di tendenza. L'orientamento atteso rimane pertanto neutro.



Elevato grado di interazione tra le molecole ($k = 2,5$).

Questi due grafici illustrano due possibili distribuzioni dell'orientamento magnetico della barra in presenza di una forte tendenza polarizzante tra le molecole. Il grafico di sinistra ritrae la situazione che si profila in assenza di un campo magnetico esterno, ovvero quando esiste una forte persistenza nell'emersione di tendenze di orientamento magnetico ben definite (si osservi l'equiprobabilità di una polarizzazione delle molecole verso nord oppure verso sud – si registrano infatti brusche inversioni direzionali). Il secondo grafico mostra il comportamento del sistema in presenza di un campo magnetico esterno orientato verso nord: le molecole interagiscono, condizionate dal bias esterno. L'orientamento del sistema è nettamente verso nord.

Per il momento sembra opportuno non approfondire ulteriormente i concetti e le formalizzazioni proposte, che saranno tuttavia riprese nel terzo capitolo nello studio del modello di Vaga: in tal sede si procederà ad adattare il Modello di Ising e l'equazione di Fokker – Planck alla realtà del mercato finanziario e dunque allo studio delle dinamiche non lineari caratterizzanti i rendimenti del mercato.

2.4 Il mercato finanziario: un sistema adattivo fondato sulla razionalità limitata

Si è già sottolineata più volte la natura complessa del mercato finanziario: questo, al pari dei gruppi sociali esaminati dalla Teoria dell'Imitazione Sociale, è dunque un sistema dinamico interattivo, composto da una molteplicità di agenti dalle cui interazioni possono, o meno, sorgere fenomeni di persistenza e autoalimentazione (dovute all'emergere di *feedback* positivi), tipiche manifestazioni di una dinamica non lineare.

Il sistema finanziario, adattandosi alle mutevoli condizioni della realtà, evolve costantemente, transitando da stati di disordine macroscopico (*Random Walk*), con un scarso livello di *group think* e quindi con un profilo lineare di rischio - rendimento (a rendimenti elevati corrispondono proporzionali aumenti della componente di rischio), verso stati maggiormente strutturati (*bull market* e *bear market*), con elevato *group think* e quindi con profili non lineari di rischio – rendimento (rendimenti elevati con basso rischio – *bull market* – oppure viceversa – *bear market* -).

L'acquisita consapevolezza di questa realtà ha stimolato la fioritura di numerosi lavori destinati a chiarire i meccanismi decisionali che guidano le scelte di ogni agente economico, nel complesso e mutevole sistema descritto. La visione della dottrina standard di un agente rappresentativo con razionalità perfetta, sviluppata su una completa base informativa, si scontra inevitabilmente con l'evidenza empirica, dove ogni agente decide e agisce sulla base di percezioni e valutazioni soggettive, cercando di ricondursi a modelli di comportamento conosciuti, aggiustati e perfezionati di volta in volta (dunque modelli empirici).

Per approfondire questi concetti è opportuno esaminare nel dettaglio gli studi compiuti da Arthur in merito al passaggio dal ragionamento deduttivo a quello induttivo e un modello elaborato da Kirman in relazione al comportamento degli agenti economici.

2.4.1 Dal ragionamento deduttivo all'induzione

L'idea di agenti dotati di razionalità perfetta, logica e deduttiva, in grado di giungere alla soluzione ottimale di qualsiasi problema (sistema nella posizione di equilibrio), appare corretta qualora i problemi considerati siano semplici e di numero limitato; nella realtà questo non si verifica, in quanto ogni agente è chiamato a dover prendere delle decisioni in relazione ad un numero elevato di complicati problemi (utilizzando una metafora, si potrebbero immaginare i problemi decisionali del singolo individuo come un oceano, nel quale i più semplici si troverebbero in superficie, mentre quelli più complessi giacerebbero in profondità: secondo Arthur (1994) la razionalità deduttiva descriverebbe allora accuratamente il comportamento umano solo in riferimento alla superficie e a pochi passi dalla riva).

Dinanzi alla complessità vi sono due ragioni che determinano il crollo dell'ipotesi della razionalità deduttiva: 1) la limitatezza della stessa e quindi l'incapacità di giungere a valutazioni perfette in riferimento a problemi complicati; 2) l'impossibilità per gli agenti di prevedere se il comportamento adottato dai soggetti con cui interagiscono sarà perfettamente razionale: ciò spingerà ogni individuo a effettuare delle valutazioni soggettive, contribuendo alla genesi di un mondo fondato su "credenze" soggettive (e quindi di "*subjective beliefs about subjective beliefs*").

Il ragionamento deduttivo ha senso in riferimento ad assunzioni oggettive e ben definite: dinanzi ad una maggiore complessità o confusione delle situazioni, in cui diventa impossibile avere una chiara ed esatta percezione del problema esso perde di significato. La soluzione per affrontare un simile contesto viene avanzata dalla psicologia moderna, concorde nel sostenere come gli uomini adottino un atteggiamento induttivo per sopperire alla mancanza di informazioni (*gap*). I soggetti cercano infatti di cogliere i tratti essenziali di una certa situazione (elaborando le informazioni disponibili) per costruire dei modelli temporanei, delle ipotesi su cui poter lavorare e grazie ai quali poter adottare un certo comportamento: sulla base dei *feedback* derivanti dall'ambiente, saranno inoltre in grado di tarare ad *hoc* tali modelli, rinforzando quelli che si sono rivelati essere confacenti e scartando invece i peggiori.

In altre parole, dinanzi ad una situazione non chiara ogni soggetto cercherà di ricondursi ad una configurazione conosciuta, cercando di adattare, rielaborare o generare delle ipotesi e dei modelli comportamentali, grazie ai quali poter compensare i *gap* informativi esistenti: questo approccio viene definito **metodo induttivo**³⁹. Ora il problema diventa riuscire a tradurre questo approccio in un modello capace di esplicitare i tratti essenziali delle dinamiche rilevate.

Per fare questo, si prenda in considerazione un insieme di agenti, eterogenei tra loro, capaci di formare dei modelli mentali, o ipotesi, o credenze soggettive, attraverso i quali risolvere un *problema tipico*, che si ripete nel tempo. Questi modelli possono consistere in semplici espressioni matematiche - in grado di descrivere o prevedere alcune azioni o variabili -, in complicati modelli previsionali - del tipo comune in economia -, oppure in semplici condizioni o regole di previsione - "se la situazione osservata è *Q* allora predici il risultato o l'azione *D*" -: indipendentemente dalla tipologia, è importante sottolinearne il carattere soggettivo e quindi lo sviluppo di numerosi modelli eterogenei. Ogni agente disporrà di una moltitudine di modelli mentali, tra i quali selezionerà di volta in volta quello, o quelli, che giudicherà migliore per la risoluzione della situazione inquadrata; successivamente egli procederà a verificare e ad aggiornare la "bontà" del modello mentale sulla base dei *feedback* rilevati, giungendo a eliminarlo se ritenuto insoddisfacente oppure a rinforzarlo. Il punto focale del modello va allora ricercato nell'apprendimento continuo, che permette all'agente di memorizzare un numero limitato di credenze soggettive, da cui poter attingere quella che meglio ha soddisfatto in passato una certa situazione (configurazione), ora nuovamente in essere⁴⁰.

Inoltre l'evoluzione di queste ipotesi soggettive risulta essere pesantemente condizionata dalle credenze elaborate dagli altri agenti in riferimento al medesimo problema e proprio per questo è necessario introdurre il concetto di coevoluzione dei modelli. Il problema diventa allora stabilire se tale coevoluzione possa condurre ad una sorta di equilibrio tra le credenze soggettive, oppure se il sistema permanga in una situazione aperta, in cui vengano continuamente generate nuove ipotesi e idee⁴¹.

³⁹ Questo metodo viene utilizzato anche dai giocatori di scacchi, in quanto non potendo conoscere a priori l'evoluzione di una partita, tentano di studiare le mosse dell'avversario cercando di inquadrarle in configurazioni conosciute, per poter così adottare la strategia di gioco migliore.

⁴⁰ Questo modo di procedere darà origine ad un "sistema di aspettative soddisfatte temporaneamente", in quanto ogni singolo modello mentale viene sviluppato e adattato ad una specifica situazione concreta: in futuro, qualora si riproponesse un contesto analogo, potrà essere nuovamente utilizzato, ma con le opportune variazioni del caso.

⁴¹ Per giungere ad una soluzione del problema Arthur (1994) sviluppò un modello fondato sul ragionamento induttivo ("Il problema del bar El Farol"), in cui *N* persone desiderose di partecipare ad un intrattenimento notturno offerto dal bar "El Farol", ma consapevoli della limitata capienza del locale, dovevano elaborare dei modelli previsionali (in

2.4.2 Il modello di Kirman

Lo studio condotto da Kirman (1993) è fondato sull'intuizione di poter approfondire la comprensione delle dinamiche comportamentali dei mercati degli *asset* attraverso l'estensione di quanto rilevato dagli entomologi in merito al comportamento delle formiche. Rifacendosi agli esperimenti compiuti sulle formiche dagli studiosi Deneubourg e Pasteels, Kirman intuì di poter realizzare un modello capace di descrivere l'attività di reclutamento tra le formiche - per il trasporto del cibo al formicaio - e di estenderne in seguito l'applicazione allo studio del fenomeno di polarizzazione tra gli agenti del mercato finanziario.

Deneubourg e Pasteels collocarono due razioni di cibo, identiche nella quantità e nella qualità, in due posizioni equidistanti da un formicaio. Quando le formiche riuscirono a "scoprire" entrambe le risorse, grazie soprattutto all'attività di ricerca compiuta da alcuni singoli elementi, cominciarono a "reclutare" le altre compagne⁴², per realizzare una vera e propria processione tra il formicaio e la fonte di cibo individuata: subito si registrò un'asimmetria nel comportamento assunto, in quanto anziché distribuirsi equamente tra le due risorse, l'ottanta per cento delle formiche si diresse verso una determinata fonte di cibo e il restante venti per cento all'altra (la distribuzione fa segnare un'inversione dei valori in riferimento alle due risorse di cibo). Per verificare che tale distribuzione non fosse condizionata dall'emergere di eventuali alterazioni del cibo, Pasteels modificò l'esperimento, procedendo a posizionare una sola fonte di cibo, raggiungibile dal formicaio percorrendo due diversi ponti, simmetrici ed equidistanti: i risultati tuttavia non cambiarono.

Il modello di Kirman, sviluppato su un processo stocastico, considera due diverse risorse alimentari, la nera e la bianca, e una colonia di N formiche, dove ciascun elemento è orientato verso una delle due risorse. Il numero di k formiche - compreso tra 0 e N - che si dirigono verso la risorsa nera definisce lo *stato del sistema* e rappresenta il parametro d'ordine del modello.

L'autore applica un processo di tipo *birth and death*, appartenente a una classe ampiamente utilizzata nelle scienze sociali per rappresentare comportamenti imitativi nelle scelte collettive⁴³.

Quando due formiche entrano casualmente in contatto tra loro, la probabilità che la prima si converta al "colore" della seconda⁴⁴ è determinata da $(1 - \delta)$, mentre esiste anche la possibilità che una delle due formiche decida spontaneamente di convertirsi al colore dalla risorsa non scelta in partenza (ε)⁴⁵.

grado di ipotizzare se il numero di persone presenti sarebbe stato inferiore alla massima capienza) sulla base dei quali compiere le proprie scelte. Arthur giunse così a dimostrare come nel modello le ipotesi degli agenti coevolverebbero continuamente, adattandosi l'una all'altra.

⁴² L'attività di ricerca del cibo compiuta da singole formiche ed il successivo reclutamento delle altre per il trasporto al formicaio sono strettamente connesse tra loro e dipendono dalle caratteristiche del contesto ambientale nel quale sono svolte; l'attività di reclutamento appare infatti pressoché inesistente nelle zone aride, dove il cibo si presenta di solito in modeste quantità e soprattutto in zone sparse, mentre riveste notevole importanza nelle zone più ricche di cibo. Alla base di questa diversificazione nel processo di reclutamento esiste quindi il *trade-off* tra il guadagno atteso dall'intera colonia, derivante dall'impiego di una formica nell'attività di ricerca e quello derivante dall'impiego della stessa verso una risorsa già conosciuta: in altre parole, si tratta di decidere se favorire l'attività di ricerca oppure quella di reclutamento e trasporto, in modo da permettere la massimizzazione del flusso di cibo immagazzinato in ogni periodo, garantendone contestualmente la costanza nel tempo - evitare che la quantità scenda sotto un livello minimo -: si tratta chiaramente di un problema di efficienza.

⁴³ Si veda Kaniovski (1999).

⁴⁴ Si osservi come non abbia rilevanza distinguere a priori la prima dalla seconda, in quanto la probabilità di distribuzione è la stessa.

⁴⁵ Tecnicamente la probabilità ε assume grande importanza nei casi in cui $k = 0$ e $k = N$, in quanto se così non fosse il sistema non potrebbe più allontanarsi da tali posizioni. ε assume generalmente un valore piuttosto modesto e in particolare tende a 0 quando il numero delle formiche diventa molto elevato.

Dalla situazione di partenza, ossia da k , il sistema può evolversi secondo tre diverse dinamiche alternative:

a) da k a $k+1$, per $N \geq 2$, con probabilità

$$p_1 = P(k, k+1) = \left(1 - \frac{k}{N}\right) N \left(\varepsilon + (1-\delta) \times \frac{k}{N-1}\right)$$

b) da k a $k-1$, per $N \geq 2$, con probabilità

$$p_2 = P(k, k-1) = \frac{k}{N} \left(\varepsilon + (1-\delta) \frac{N-k}{N-1}\right)$$

c) k rimanga invariato, con probabilità

$$p_3 = 1 - p_2 - p_1.$$

Questo processo di evoluzione si avvicina molto a quanto osservato in riferimento al Modello di Ising e alla Teoria dell'Imitazione Sociale: in entrambi i casi la componente stocastica permette di quantificare il fenomeno di interazione tra le unità e di analizzare le relazioni esistenti tra micro e macro comportamento del sistema. Si ritiene pertanto possibile leggere il modello di Kirman attraverso l'estensione degli assunti delle precedenti teorie, riconoscendo così anche in esso una dinamica evolutiva multi – stato del parametro d'ordine.

Quest'ultimo transiterà infatti da sistemi di disordine macroscopico (assenza di interazione) verso stati con strutture coerenti e coordinate (cooperazione tra le unità – “elevato *group think*”), influenzato dalle principali variabili del sistema: ε , che misura l'autonomia decisionale di ogni singola formica, influenzando l'insorgere di comportamenti di interazione nel sistema – nel modello di Ising corrispondente con la temperatura della barra, T –; il livello di *coupling*, ossia di interazione tra le singole formiche, misurato da δ – nel modello di Ising corrispondenza con I (*sentiment* nel modello di Vaga) –; le condizioni dell'ambiente in cui opera il sistema, che sebbene non direttamente esplicitate nel modello, costituiscono un vincolo importante nelle scelte strategiche (ricerca e reclutamento) del sistema – nel Modello di Ising corrispondenza con il *bias* esterno rappresentato dal campo magnetico (*fundamental bias* nel modello di Vaga).

In sintonia con quanto ipotizzato si rilevano due casi particolari del modello (che costituisce un tipico caso di catena di Markov) evidenziati dallo stesso Kirman, in corrispondenza dei quali ε e δ assumono dei valori critici: nel primo infatti $\varepsilon = 1/2$ e $\delta = 1$ e ciò significa che ogni elemento sceglie in autonomia la risorsa verso cui dirigersi (medesima probabilità), in quanto non esistono interazioni nel sistema (stato di disordine macroscopico): si tratta del *Ehrenfest urn model* (il tradizionale modello dell'urna), caratterizzato da una distribuzione binomiale di equilibrio pari a $\mu(k) = \binom{N}{k}$; nel secondo caso $\varepsilon = \delta = 0$, il che lascia intuire come un elemento muoverà sempre verso il colore del secondo: si tratta di un processo *martingale* che condurrà inevitabilmente al caso $k = 0$, oppure $k = N$, con probabilità di “assorbimento” pari a [assorbimento in $k = N$ | stato iniziale k_0] = k_0/N .

La distribuzione di probabilità del parametro d'ordine evidenziata diventa cruciale per la determinazione del tempo che il sistema spenderà in ciascuno stato, ovvero:

$$\mu(k) = \sum_{l=0}^N \mu(l) P(l, k)$$

Trattandosi di un processo simmetrico reversibile, si può osservare che:

$$\mu(k)P(k,l) = \mu(l)P(l,k)$$

da cui:

$$\mu(k) = \frac{(\mu(1)/\mu(0))\dots(\mu(k)/\mu(k-1))}{1 + \sum_{l=1}^N (\mu(1)/\mu(0))\dots(\mu(l)/\mu(l-1))}$$

dove:

$$\frac{\mu(k+1)}{\mu(k)} = \frac{P(k,k+1)}{P(k+1,k)} = \frac{(1-(k/N))(\varepsilon+(1-\delta)(k/N-1))}{((k+1)/N)(\varepsilon+(1-\delta)(k/N-1))}$$

Da questo si dimostra come la distribuzione di probabilità nell'evoluzione (spostamento da uno stato ad un altro) del parametro d'ordine, nel caso discreto, dipenda effettivamente dai valori assunti da ε e δ . Kirman afferma inoltre come tale dipendenza continui a persistere anche studiando la distribuzione in un dominio continuo, che si registra quando N assume valori molto elevati⁴⁶.

Un'obiezione che potrebbe essere mossa alla validità del modello riguarda il costante rifornimento da parte del ricercatore delle due risorse utilizzate: garantendo infatti la costanza nello *stock* della risorsa e nel flusso trasportato, potrebbe consentire l'emergere di *feedback* positivi nel comportamento delle formiche e modificare di conseguenza le considerazioni sviluppate in merito alla scelta strategica nella distribuzione delle forze disponibili (tra attività di ricerca e reclutamento). Tale obiezione viene però rimossa qualora si modifichi l'esperimento attraverso l'introduzione dei due ponti in precedenza citati.

Le analogie del modello con i mercati finanziari

Le dinamiche osservate presentano numerosi punti di contatto con il comportamento degli agenti finanziari, chiamati quotidianamente a prendere delle decisioni in relazione ad un ampio ventaglio di scelte disponibili, sulle quali influiscono significativamente i gusti personali, le aspettative, l'influenza derivante da eventuali esternalità prodotte. Ciò consente la formazione nel sistema economico di gruppi – *cluster* – differenti tra loro, ma omogenei al loro interno ed incentiva ogni agente a “reclutare” altri individui nel proprio gruppo di appartenenza.

L'operazione di reclutamento può avvenire attraverso l'opera di persuasione compiuta da un agente in possesso di migliori informazioni o con una maggiore conoscenza del mercato su un altro, convincendolo della superiorità della propria scelta; oppure attraverso le esternalità prodotte da un soggetto nel compiere una determinata scelta (in altre parole ogni soggetto rappresenta un modello da imitare ed è quindi in grado di condizionare le scelte di altri soggetti); o, infine, attraverso un'esternalità generale come quella che Keynes definisce con l'espressione di “*beauty queen*” nel celebre esempio del Concorso di Bellezza (fondata sulle valutazioni soggettive di diversi agenti). A supporto di tale tendenza Kirman cita alcuni esempi⁴⁷ di carattere economico in

⁴⁶ La dimostrazione analitica non viene qui riportata, onde evitare un'ulteriore appesantimento dei contenuti esposti.

⁴⁷ Il primo degli esempi proposti è stato elaborato da Becker (1991) e riguarda la scelta operata da due individui in merito a due ristoranti, posizionati lungo una stessa via e aventi le stesse caratteristiche: si tratta di un caso di reclutamento che si avvicina molto all'esperimento delle formiche, in quanto l'autore rivela anche in questa situazione un equilibrio asimmetrico (spiegabile attraverso l'esistenza di esternalità); un altro esempio proviene dagli

cui viene posta in risalto la natura dinamica del processo stocastico considerato, giungendo così a conciliare il modello realizzato con la nozione più statica di multi - equilibrio proposta dalla teoria standard e a fornire una spiegazione degli spostamenti da un punto di equilibrio ad un altro (la situazione è infatti analoga all'equilibrio di Nash, dove ciascuno comportandosi in modo individuale adotta una certa strategia, che sarà "costretto" a modificare qualora il gioco venga ripetuto più volte).

studi compiuti in merito alla teoria dei giochi, dove la strategia di gioco adottata, strettamente dipendente dal contesto temporale adottato, diventa fondamentale nell'analisi dei meccanismi decisionali.

3 - L'Ipotesi di Mercato Coerente

L'ipotesi di Mercato Coerente è un modello stocastico non lineare che si propone di definire la distribuzione di probabilità governante le fluttuazioni del mercato azionario, considerato come un sistema dinamico complesso. Questo modello, sviluppato da Vaga (1990) (le cui origini risalgono tuttavia ad un articolo¹ scritto dall'autore verso la fine degli anni Settanta in cui viene rilevata la natura complessa e multi - stato del mercato), prende in considerazione le relazioni esistenti tra il comportamento del sistema a livello micro e la macro – dinamica mostrata dal parametro d'ordine, costituito dall'indice di rendimento del mercato. Nel modello trovano ampio spazio le teorie e i concetti illustrati nel secondo capitolo e, in particolare, i contributi provenienti dalla Sinergetica e dalla Teoria dell'Imitazione Sociale.

Infatti, l'idea su cui esso si sviluppa è che il comportamento del mercato azionario possa essere assimilato statisticamente a quello rilevato nel modello di Ising e, al pari di quest'ultimo, possa essere caratterizzato dal verificarsi di transizioni di fase tra stati di disordine macroscopico (assenza di *group think*) a stati maggiormente strutturati (per l'emergere di un collettivo *group think*). Secondo l'intuizione di Vaga le aziende quotate nel mercato azionario potrebbero essere assimilate alle molecole della barra di metallo del modello di Ising, mentre il rendimento del mercato azionario risulterebbe proporzionale alla differenza tra il numero di azioni in rialzo e quello in ribasso (si tratta di una misura di polarizzazione analoga a quella osservata in relazione all'orientamento magnetico delle molecole).

A differenza di una barra di metallo, il mercato azionario è un sistema aperto e richiede pertanto un continuo flusso di liquidità per sostenere una transizione da uno stato di disordine globale ad uno stato ordinato: per questo motivo appare molto più calzante il paragone con il laser, anch'esso un sistema aperto bisognoso di un flusso costante di energia, in cui comunque si verificano delle transizioni di fase statisticamente assimilabili a quelle caratterizzanti la barra di metallo.

In questo capitolo si analizzerà il modello di Vaga attraverso l'estensione dei contributi provenienti dalla Teoria dell'Imitazione Sociale e della metodologia proposta dalla Sinergetica per quanto attiene alla dinamica delle transizioni di fase: si osserverà pertanto come il modello consenta di coniugare il tradizionale *random walk* (ottenuto in assenza di interazione tra gli agenti), figurante ora come uno dei possibili stati del mercato, con stati caratterizzati da dinamiche non lineari (alta interazione tra i soggetti), proprie di un regime di mercato caotico (elevata volatilità) oppure di uno stato di mercato coerente, sia questo rialzista o ribassista (bassa volatilità).

¹ Vaga (1979).

Partendo dallo studio dei parametri d'ordine e di controllo, si procederà quindi ad un approfondimento di ogni singolo stato del sistema, descrivendone in termini qualitativi e analitici (probabilistici), nonché sulla base dei parametri rilevati, la relazione caratterizzante il profilo di rischio – rendimento.

3.1 I parametri del modello

L'Ipotesi di Mercato Coerente è un modello che si propone di esaminare la volatilità del mercato azionario attraverso lo studio della funzione di potenziale e della distribuzione di probabilità dell'indice di rendimento del mercato. Al pari del modello di Ising, nell'Ipotesi di Mercato Coerente il parametro d'ordine è condizionato da due parametri di controllo² e da un terzo parametro costituito dai gradi di libertà del sistema (coincidente con il numero di aziende quotate in borsa, che nel modello di Vaga è pari a 186 e destinato a rimanere pressoché costante).

I parametri di controllo costituiscono due misure che tengono conto rispettivamente dei fattori considerati dall'analisi tecnica e dall'analisi fondamentale³: il primo parametro è infatti rappresentato dal *sentiment*, k , e consiste in una misura della psicologia del mercato, mentre il secondo costituisce una misura del *bias dei fondamentali*, h , ovvero descrive il contesto macroeconomico in cui opera il mercato.

3.1.1 Il sentiment

Questo parametro consente di quantificare il grado di interazione nel comportamento delle singole unità e, come si vedrà in seguito, fluttua in un intervallo di valori compreso tra 1.8 (assenza di interazione tra gli investitori che operano in maniera razionale e indipendente) e 2.2 (si ha un comportamento di massa degli investitori e quindi si registra un elevato *group think*), passando per il valore pari a 2.0, costituente la soglia critica del sistema.

Il *sentiment* risulta strettamente connesso con il livello di liquidità affluente nel mercato, la quale rappresenta un fattore determinante per la comparsa e il sostenimento di fenomeni di persistenza e autoalimentazione nelle dinamiche del parametro d'ordine e quindi di *trend* ben definiti nelle contrattazioni di mercato (*uptrend* o *downtrend*). Si è infatti osservato come in corrispondenza di una forte interazione nel comportamento degli operatori e quindi in riferimento a fasi rialziste (o ribassiste) del mercato, si registri la tendenza degli investitori ad acquisire posizioni azionarie lunghe immettendo liquidità nel sistema (il contrario accade nella

² In precedenza si è già definito il concetto di parametri di controllo: qui interessa richiamare l'attenzione sull'influenza che essi manifestano sulla distribuzione di probabilità del parametro d'ordine e sulla morfologia della funzione di potenziale (nel modello di Vaga i parametri di controllo influenzano infatti a livello microscopico la probabilità che un titolo rialzista diventi ribassista, o viceversa).

³ In Vaga (1994:20) si legge: "Technical and fundamental analysis are both important within the context of our nonlinear market model. Unlike the efficient market hypothesis which suggest that technical and fundamental analysis are a waste of time, these factors play a crucial role in describing the most likely state that market will be in. While short-term random price fluctuations are always present in the capital markets, the deterministic part of the market's dynamics will be governed by the control parameters of the model (i.e., the technical and fundamental factors operative at any point in time or applicable to a particular market segment)".

fase ribassista), che appare dunque in grado di sostenere l'aumento dei volumi delle negoziazioni (nel mercato ribassista si ha invece una contrazione di liquidità conseguente allo smobilizzo delle posizioni assunte, ma anche in tale fase si registra un deflusso tale da sostenere il parametro d'ordine in posizioni di non equilibrio).

L'aumento del *group think* nel mercato azionario comporta, in termini statistici, le stesse conseguenze che si verificano nella barra di metallo al diminuire della sua temperatura o nel laser all'aumento di energia: emergono dinamiche interattive a livello microscopico che conducono il sistema in un contesto non lineare, terreno fertile per l'emergere di strutture e configurazioni coerenti (qualora si verificano le opportune condizioni "ambientali": nel modello di Ising, la comparsa di un campo magnetico esterno; nel modello di Vaga, la presenza di un forte bias dei fondamentali capace di generare un *trend* di mercato ben definito).

Sulla base di quanto rilevato il *sentiment* diventa allora il parametro responsabile della morfologia della funzione di potenziale, nonché della distribuzione di probabilità del parametro d'ordine: variazioni del parametro consentono infatti il passaggio dalla forma "a pozzo" della funzione di potenziale, con un unico attrattore (cui si associa una distribuzione di probabilità Gaussiana) verso la forma biforcata, in cui si ha un allontanamento dal punto di equilibrio originario (cui si associa una distribuzione di probabilità bi – modale).

Nell'analisi dei parametri di controllo e alla loro quantificazione sul mercato Vaga fa riferimento all'esperienza di Marty Zweig, un analista finanziario autore di interessanti strumenti e procedure per l'analisi del mercato azionario, esposti in diversi articoli pubblicati in *The Barron's* a partire dal 1981. In particolare, Zweig dedicò molto tempo allo studio di un ampio ventaglio di indicatori di analisi tecnica e fondamentale del mercato, giungendo all'elaborazione di due "regole sacre": "*The first is not to fight fundamentals (i.e., the interest rate trend or Federal Reserve policy). The second rule is not to fight market momentum.*"⁴. Secondo Zweig, attraverso l'osservazione di queste regole e ben interpretando il mercato mediante l'impiego di alcuni indicatori monetari e di *momentum*, sarebbe possibile impostare delle strategie di investimento particolarmente redditizie e a basso rischio. Vaga sottolinea come gli indicatori di *momentum*, nell'accezione di Zweig, misurino il grado di *sentiment* del mercato, mentre gli indicatori monetari consentano di quantificare l'andamento dei fondamentali.

L'analisi tecnica proposta da Zweig si fonda sull'utilizzo di due principali indicatori: l'indice *Advancing/Declining Stocks (A/D)*, nato dal rapporto tra il numero di azioni rialziste rispetto a quelle ribassiste, e l'indice *Up-Down Volume Ratio*, ottenuto dal rapporto tra il volume aggregato di contrattazione delle azioni rialziste rispetto al volume di quelle ribassiste. In entrambi i casi l'identificazione dell'emergere di un comportamento polarizzato degli investitori (e quindi il verificarsi della biforcazione nella funzione di potenziale) avviene attraverso il raggiungimento di particolari soglie estreme, in relazione al tempo, da parte di tali indicatori. Nel primo caso, il mercato denota un elevato *momentum* qualora nelle ultime due settimane (10 giorni di borsa aperta) la media dell'indice A/D raggiunga o superi il valore 2:1.

Nel secondo caso, Zweig prende in considerazione l'aumento o la diminuzione dei volumi di negoziazione delle azioni e, quindi, l'ammontare dei relativi flussi di liquidità in entrata o in uscita (si è già sottolineata la connessione esistente tra liquidità e *sentiment*): in particolare individua due specifiche soglie estreme nel valore assunto dall'indice *Up – Down* (9:1 per il rialzo; 1:9 per il ribasso), le quali se inserite all'interno di determinate sequenze temporali⁵, possono mettere in luce il verificarsi di una transizione da periodi di equilibrio (*random walk*) a periodi di non – equilibrio (emergere di un *trend* definito).

⁴ Vaga (1994:26).

⁵ Una sequenza di 3 estremi ribassisti (1:9) senza interruzione da un estremo rialzista costituisce un segnale di vendita, mentre una sequenza caratterizzata da 2 estremi ribassisti seguiti da un estremo rialzista deve essere interpretato come un segnale di acquisto. La durata dei segnali è di circa 6 mesi, salvo non si registrino interruzioni dovute alla sopravvenienza di segnali di segno opposto.

3.1.2 Il bias dei fondamentali

Questo parametro prende in considerazione tutte quelle grandezze di carattere economico, politico, fiscale, commerciale che determinano il contesto macroeconomico in cui gli operatori si trovano a trattare; esso può pertanto assumere diversi valori positivi ($h = 0.02$), neutri ($h = 0$) o negativi ($h = -0.02$), a seconda delle prospettive che si manifestano nel mercato (nel modello esse dipendono soprattutto dalle politiche adottate dalle autorità monetarie – *Federal Reserve* -).

L'influenza dei fondamentali è statisticamente assimilabile all'impatto generato dal campo magnetico esterno nel modello di Ising: in presenza di funzione di potenziale biforcata, quindi di un comportamento polarizzato delle unità, il parametro (sulla base dei valori assunti) è infatti in grado di condurre o meno il sistema verso un trend ben definito nella funzione di potenziale (lontano dal punto di equilibrio iniziale).

Nel modello di Ising si è osservato come la diminuzione della temperatura della barra di metallo consenta l'emergere di fenomeni di interazione magnetica tra le molecole, con la conseguente formazione di *cluster* sempre più grandi. In assenza di influssi da forze magnetiche esterne, il comportamento evidenziato conduce verso una polarizzazione caratterizzata da bruschi passaggi da una direzione all'altra. La comparsa di una direzione ben delineata nell'orientamento magnetico del sistema è infatti subordinata alla comparsa di un campo magnetico esterno.

Nel modello di Vaga si ripete la stessa situazione: l'aumento del *group think* consente lo sviluppo di due poli attrattori nella funzione di potenziale e di una distribuzione di probabilità bi - modale. Soltanto in presenza di una situazione macroeconomica ben definita, quindi di un valore non nullo del bias dei fondamentali, il mercato può entrare in una fase rialzista o ribassista (a seconda che i fondamentali siano positivi o negativi); nel caso contrario, ovvero in una situazione macroeconomica confusa ($h = 0$), si verificherà lo stesso effetto registrato nella barra di metallo in assenza di campo magnetico esterno: brusche fluttuazioni del parametro d'ordine da un polo attrattore all'altro, cui si associa una distribuzione di probabilità bi - modale, con valore atteso nullo (i due punti attrattori sono equiprobabili - situazione di caos statistico -).

Al pari del modello di Vaga, anche nell'analisi proposta da Zweig (1985) lo studio dell'andamento del mercato deve essere realizzato attraverso una contestuale lettura degli indicatori tecnici e di quelli attinenti ai fondamentali. Come in precedenza accennato, Zweig esamina l'impatto dei fondamentali attraverso alcuni indicatori monetari, ottenuti analizzando la politica adottata dalla Federal Reserve (tagli dei tassi di sconto o diminuzione delle riserve). In Vaga (1994:161) si legge infatti che quando prevale il comportamento di massa i fondamentali sono particolarmente importanti. Se l'indicatore *up-down volume* rivelasse un segnale di vendita, non accompagnato da una contestuale lettura negativa dei fondamentali, è probabile che risulti necessario reinterpretare l'indicazione dell'indice come un semplice segnale di comportamento di massa tra gli investitori con una tendenza prevalentemente negativa. Tuttavia, se i fondamentali fossero negativi e l'indicatore *up-down volume* segnalasse un atteggiamento di massa tra gli investitori, allora questo non potrebbe significare che un chiaro segnale di vendita.

3.1.3 L'impatto dei parametri sul modello di mercato

Lo studio della dinamica del parametro d'ordine deve essere effettuato considerando contestualmente l'evoluzione dei parametri di controllo sopra descritti, non solo perché dalla loro lettura incrociata è possibile tracciare i profili di rischio – rendimento di ogni singolo stato del mercato, ma soprattutto per il fatto che ciascuno dipende inevitabilmente dall'altro.

Questa considerazione è particolarmente evidente nell'esame della distribuzione di probabilità associata all'indice di rendimento del mercato (poiché si fa riferimento ad un contesto continuo ha senso parlare di funzione di densità di probabilità), ottenuta attraverso l'estensione alla realtà finanziaria dell'approccio metodologico già esaminato in riferimento al modello di Ising. L'utilizzo dell'equazione di Fokker – Planck (vedi paragrafo 3.3.2) permette quindi di tracciare l'evoluzione del parametro d'ordine in termini probabilistici, ma soprattutto di determinare il profilo di rischio e di rendimento del mercato mediante il calcolo dei valori di media e di deviazione standard relativi alle diverse combinazioni dei parametri⁶ (tabella 3.1).

Riproponendo la soluzione dell'equazione ottenuta nel caso di stazionarietà, si osserva :

$$f(q) = cQ^{-1}(q) \exp \left\{ 2 \int_{-\frac{1}{2}}^q \left[\frac{K(y)}{Q(y)} \right] \partial y \right\}$$

$f(q)$ = probabilità di un rendimento annuo pari a q

Coefficiente di *Drift*: $K(q) = \sinh(kq + h) - 2q \cosh(kq + h)$

Coefficiente di Diffusione: $Q(q) = \frac{\cosh(kq + h) - 2q \sinh(kq + h)}{n}$

$n = 186$

$k = \text{sentiment}$

$h = \text{bias dei fondamentali}$

$$c^{-1} = \int_{-\frac{1}{2}}^{+\frac{1}{2}} Q^{-1}(q) \exp \left\{ 2 \int_{-\frac{1}{2}}^q \left[\frac{K(y)}{Q(y)} \right] \partial y \right\} \partial q$$

Il parametro c ha il fine di normalizzare l'equazione di cui sopra e di trasformarla in una funzione di densità $\int f(q) dq = 1$, mentre le definizioni trigonometriche iperboliche sono:

$$\sinh(x) = (e^x - e^{-x}) / 2 \text{ e } \cosh(x) = (e^x + e^{-x}) / 2.$$

Sulla base di quanto osservato è quindi possibile ricavare i valori attinenti al rendimento medio dell'indice di mercato azionario e al rischio associato, ottenuti dall'incrocio dei diversi valori assunti dai parametri di controllo.

⁶ Il valore atteso e la devianza standard sono definiti attraverso la seguente elaborazione della funzione considerata:

$$E(q) = \int q f(q) dq; \quad DEV(q)^2 = \int (q - E(q))^2 f(q) dq.$$

Tabella 3.1 I valori di rendimento medio e di dev. standard nei diversi stati di mercato.

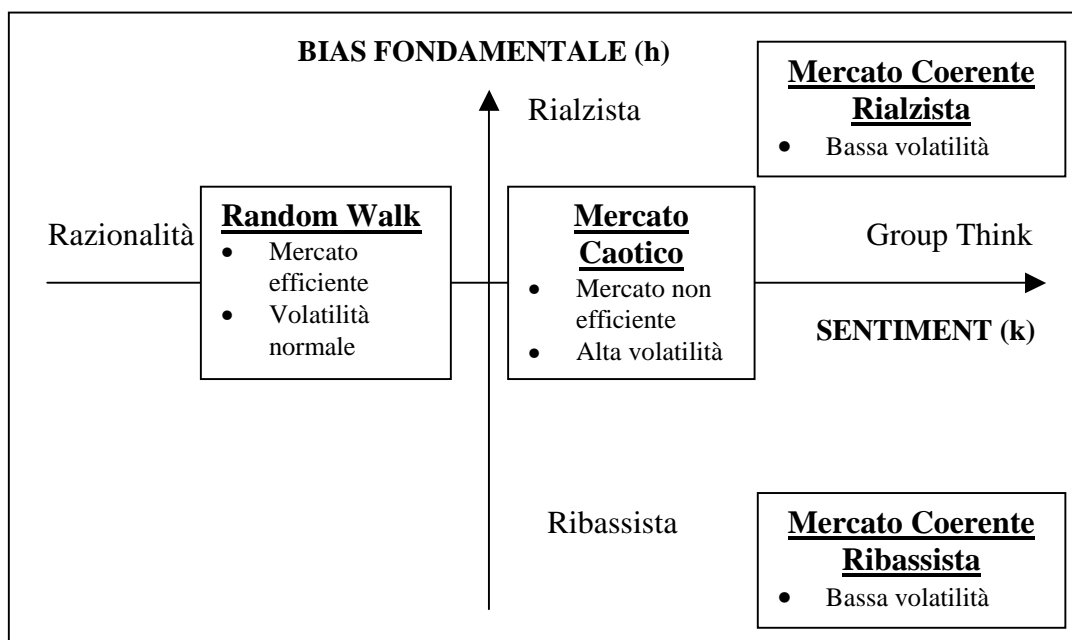
Stato	Sentiment (k)	k	Bias Fond. (h)	h	Rend. Medio	Dev. Std.
Random Walk	Basso	1.8	Buoni	0.02	+ 8 %	10 %
Random Walk	Basso	1.8	Neutri	0	0	10 %
Random Walk	Basso	1.8	Cattivi	-0.02	- 8 %	10 %
Transizione	In aumento	2.0	Buoni	0.02	+ 14 %	12 %
Transizione	In aumento	2.0	Neutri	0	0	16 %
Transizione	In aumento	2.0	Cattivi	-0.02	- 14 %	12 %
Bull	Alto	2.2	Molto buoni	+ 0.03	+ 27 %	8 %
Bull	Alto	2.2	Buoni	+ 0.02	+ 25 %	11 %
Caotico	Alto	2.2	Abbastanza b.	+ 0.01	+ 16 %	18 %
Caotico	Alto	2.2	Quasi b.	+ 0.005	+ 10 %	21 %
Caotico	Alto	2.2	Neutri	0	0	23 %
Caotico	Alto	2.2	Quasi c.	- 0.005	- 10 %	21 %
Caotico	Alto	2.2	Abbastanza c.	- 0.01	- 16 %	18 %
Bear	Alto	2.2	Cattivi	- 0.02	- 25 %	11 %
Bear	Alto	2.2	Cattivi	- 0.03	- 27 %	8 %

In assenza di *group think* tra gli investitori si rileva una dinamica lineare del mercato, traducibile nel tradizionale regime di *random walk*, indipendentemente dalla presenza di fondamentali neutri oppure no (figura 3.1 e 3.2).

Man mano che incrementa il grado di coesione tra gli investitori incominciano a sorgere fenomeni di *feedback* nelle dinamiche di mercato, sostenuti da un aumento della liquidità in circolazione: questo comporterà un progressivo abbassamento delle pareti della funzione di potenziale, indice di una maggior volatilità del parametro d'ordine (il rendimento atteso in presenza di fondamentali neutri permane infatti ancora nullo).

In corrispondenza del valore critico e quindi in uno stato di transizione instabile il mercato presenta una dinamica non lineare: il continuo aumentare del *sentiment* e il contestuale rafforzamento dei fenomeni di persistenza e autoalimentazione nelle tendenze del mercato, consentiranno l'emergere di una funzione di potenziale biforcata, caratterizzata non più da un unico attrattore (l'originario punto di equilibrio, in corrispondenza del quale si trova ora la cosiddetta *barriera di potenziale*), bensì da due nuovi punti.

Figura 3.1 Evoluzione tra i diversi stati del mercato in funzione dei parametri d'ordine.

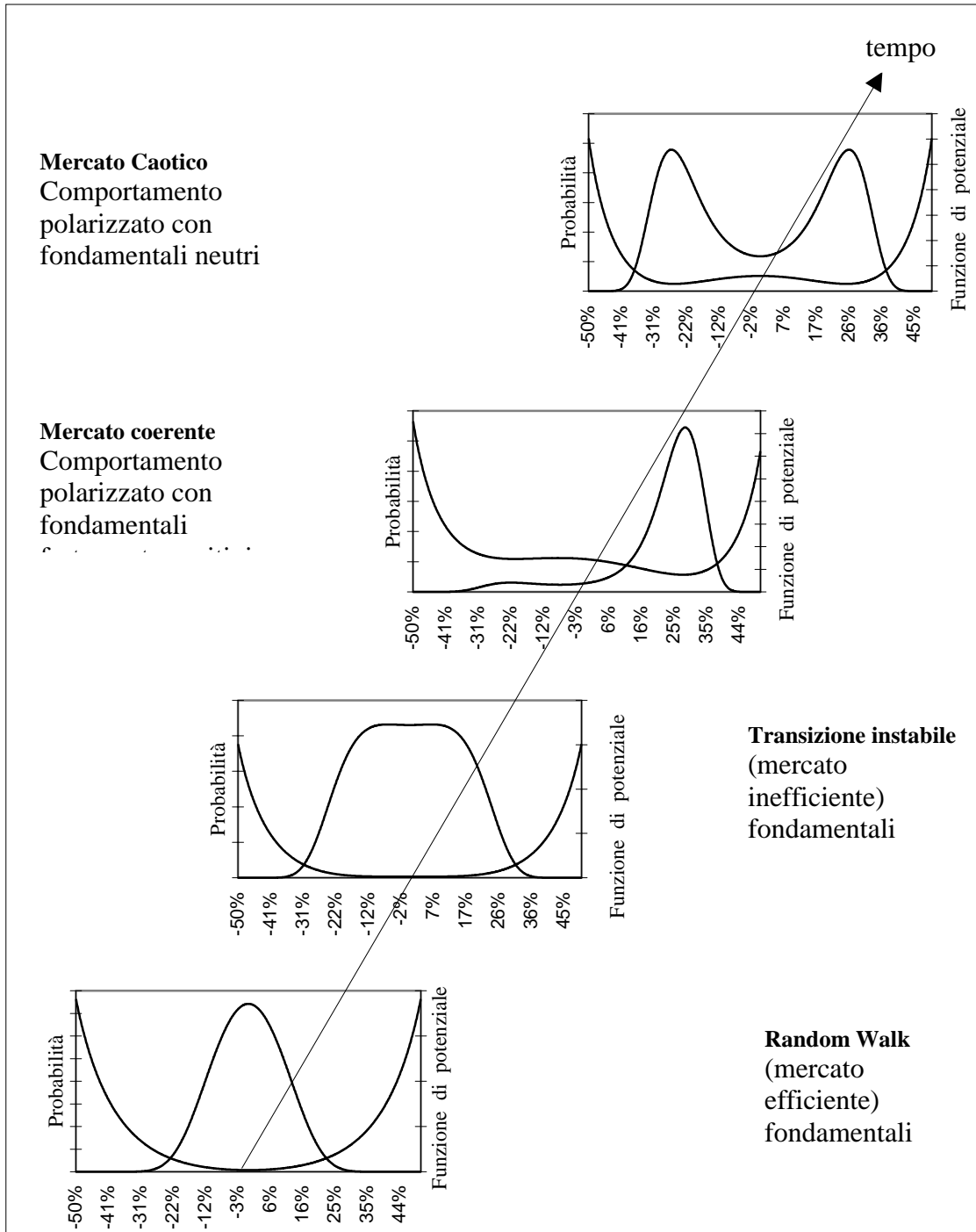


Come accennato in precedenza, la tipologia di regime di mercato che può evolvere in presenza di un forte livello di *group think* dipende dalla situazione macroeconomica: una situazione ben definita, con una chiara percezione delle prospettive di sviluppo delle grandezze macroeconomiche – siano queste nettamente positive oppure negative – consente infatti la nascita di un regime di mercato coerente (toro, se $h > 0$, oppure orso, se $h < 0$), caratterizzato da una tendenza evolutiva in grado di rafforzarsi e consolidarsi progressivamente.

Sono questi gli stati del mercato in cui gli investitori possono ottenere elevati rendimenti senza dover assumere dei rischi proporzionali, in quanto il mercato tende a stabilizzarsi in corrispondenza di un nuovo punto attrattore.

In corrispondenza ad una realtà macroeconomica confusa ($0.01 \geq h \geq -0.01$) si configura invece uno stato del mercato caotico, in cui nessuno dei due poli attrattori sembra prevalere sull'altro: si tratta di un regime particolarmente rischioso, in quanto non consente la genesi di una tendenza ben definita, quanto piuttosto di *trend* di breve durata, interrotti da repentine inversioni di tendenza (di pari forza e persistenza). L'elevata volatilità di questo stato è manifestata dalla simmetrica distribuzione bi – modale della probabilità associata al parametro d'ordine.

Figura 3.2 Transizioni dallo stato di Random Walk a stati con comportamento polarizzato degli investitori. In Vaga (1990).



3.2 Gli stati del sistema

Dopo aver chiarito le relazioni esistenti tra i parametri di controllo e il parametro d'ordine del modello diventa opportuno prestare attenzione ai singoli stati del mercato e alle dinamiche comportamentali che li caratterizzano. Nello specifico si cercherà di analizzare l'evoluzione del

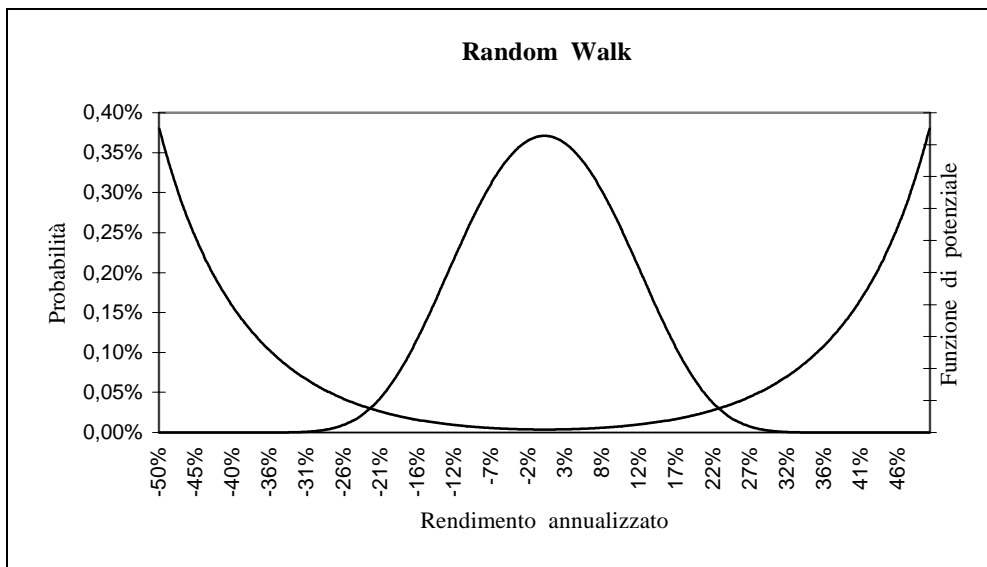
profilo di rischio e rendimento in relazione al livello di coesione tra gli investitori e al contesto macroeconomico in cui esso si sviluppa.

3.2.1 Random Walk

È il regime di mercato nel quale trovano impiego gli assunti e gli approcci metodologici sviluppati dalla teoria tradizionale; l'assenza di *group think* determina infatti il configurarsi di un mercato efficiente, nel quale non si verificano fenomeni di persistenza nelle dinamiche di negoziazione e gli investitori si comportano in modo razionale e indipendente.

Le *news* vengono scontate immediatamente sugli *asset* a cui fanno riferimento e le quotazioni dei titoli mostrano una dinamica casuale, conseguenza diretta della equiprobabilità di un'evoluzione rialzista o ribassista che può essere intrapresa da ogni azione.

Figura 3.3 Stato di Random Walk.



La funzione di potenziale, cui si associa una distribuzione di probabilità Gaussiana, si presenta come un pozzo dalle pareti piuttosto strette e con un punto minimo in corrispondenza del valore nullo: ciò significa che forze casuali determineranno imprevedibili⁷ fluttuazioni della sfera di potenziale, destinate a smorzarsi rapidamente e a ricondurre il mercato nella posizione di equilibrio (figura 3.3).

L'emergere di un bias dei fondamentali non nullo e quindi di una situazione macroeconomica con delle prospettive definite non cambia la natura statistica di questo regime, ma consente uno *shift* della funzione di potenziale (e della distribuzione di probabilità) nella direzione dei fondamentali (verso destra – quindi rendimento medio positivo - se $h > 0$, verso sinistra - rendimento medio negativo - se $h < 0$). Lo stato di *random walk* costituisce il "primo passo" nel modello generale di Vaga: l'assenza di *trend* nei movimenti di mercato rende questo regime

⁷ Trattandosi di forze casuali non è infatti possibile realizzare delle previsioni circa l'andamento futuro del parametro d'ordine basandosi sull'analisi delle posizioni passate.

poco profittevole (è difficile “battere il mercato”), ma soprattutto l'elevata frequenza di inversione nei segnali tecnici di acquisto e vendita determina consistenti costi di transazione che andranno ad erodere buona parte del profitto realizzato.

3.2.2 *Transizione Instabile*

Questo regime si verifica in conseguenza ad un aumento del *sentiment* di mercato, dunque in corrispondenza ad un incremento del grado di interazione tra i movimenti degli *asset* quotati.

Si tratta di una regione di particolare interesse in quanto funge da spartiacque tra un contesto lineare di disordine macroscopico del mercato e stati caratterizzati da dinamiche non lineari, in cui emergono tuttavia configurazioni e strutture coerenti: in altri termini questo stato corrisponde alla regione definita nel secondo capitolo come “margine del caos”.

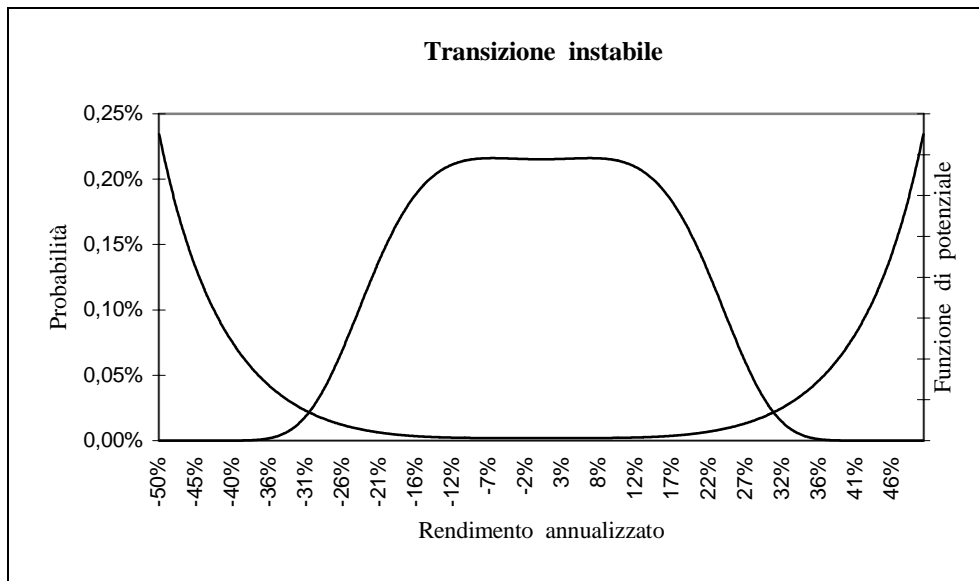
L'aumento del *sentiment* introduce meccanismi di *feedback* nelle dinamiche delle quotazioni, contribuendo all'emergere di persistenza nelle tendenze rialziste o ribassiste del mercato: si verifica infatti un allontanamento dall'efficienza propria dello stato di *random walk* e si entra in un contesto non lineare, nel quale le *news* non vengono più scontate in modo diretto e immediato sulle quotazioni, ma causano un effetto durevole sulle stesse (sia questo rialzista o ribassista).

In questo regime si rileva un'elevata volatilità del parametro d'ordine, in quanto se da un lato i *feedback* consentono la formazione di tendenze rialziste o ribassiste, da un altro lato l'arrivo di *news* contrarie alla tendenza in essere determina un veloce mutamento di opinioni e di comportamento degli investitori, traducibile in un'improvvisa inversione nel *trend*.

A testimonianza dell'assenza di un punto di equilibrio stabile, la funzione di potenziale (figura 3.4) mostra pareti molto più larghe rispetto allo stato precedente e una zona centrale quasi piatta, permettendo ampie oscillazioni della sfera di potenziale. La distribuzione di probabilità associata all'indice di rendimento del mercato presenta ancora i tratti di una Gaussiana, anche se ora i rendimenti con frequenze maggiori sono molto più numerosi: il valore atteso rimane comunque pari a 0, mentre aumenta la componente di rischio.

L'emergere di fondamentali positivi o negativi determina rendimenti attesi molto più elevati rispetto a quelli registrati nello stato di *random walk* in corrispondenza alle medesime condizioni macroeconomiche (da $\pm 8\%$ si passa a $\pm 14\%$); al contrario, qualora si profilasse una situazione macroeconomica confusa (fondamentali neutri), il rendimento atteso continuerebbe ad essere nullo. Indipendentemente dal contesto macroeconomico si rileva un forte aumento della deviazione standard, indice di una maggiore volatilità del mercato.

Figura 3.4 Stato di transizione instabile



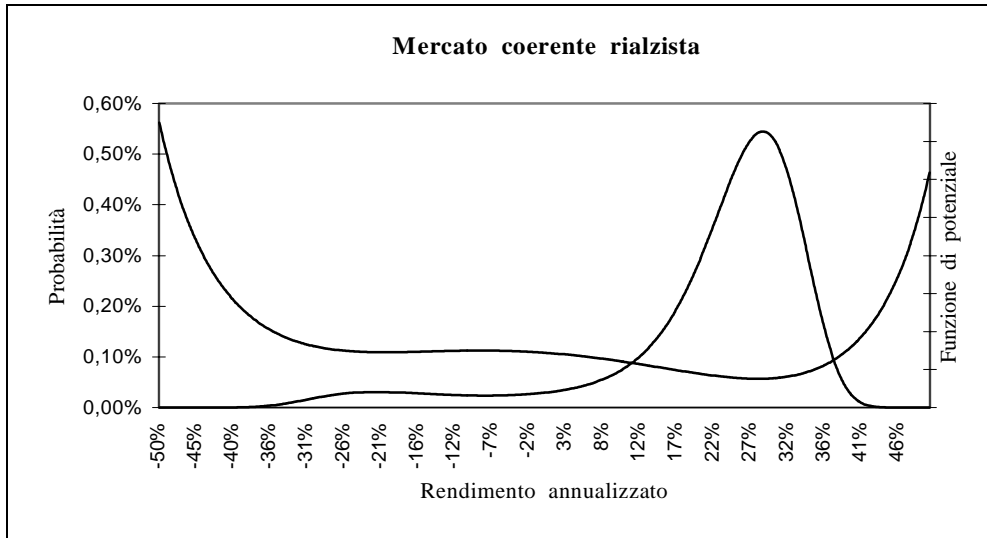
3.2.3 Il mercato coerente

Il superamento della soglia critica (pari a 2.0) da parte del *sentiment* determina la biforcazione della funzione di potenziale e la contestuale formazione di una distribuzione di probabilità bi – modale del parametro d'ordine.

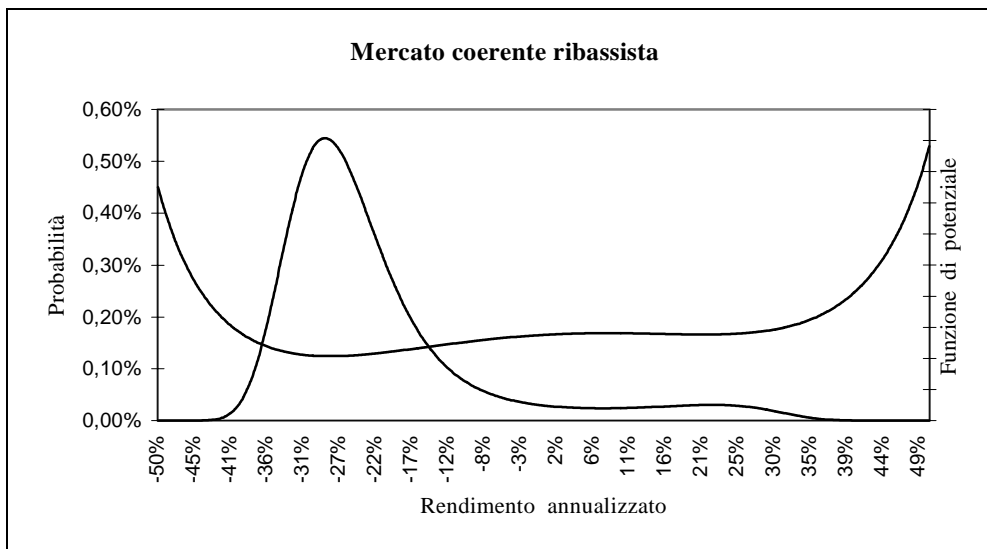
Nel mercato si registra un elevato *group think* tra gli investitori, accompagnato da un notevole afflusso di liquidità: si creano quindi le condizioni ideali per l'emergere di comportamenti maniacali euforici o di panico (a seconda dell'andamento dei fondamentali), in grado di consentire rispettivamente una forte crescita o caduta delle quotazioni.

Lo stato di mercato coerente nasce tuttavia soltanto in presenza di un *bias* dei fondamentali ben definito, con valori nettamente positivi o negativi; in presenza di una situazione macroeconomica non ben delineata si entra infatti in un regime caotico, meno profittevole ma molto più rischioso di quello in esame.

Si possono distinguere due tipi di mercato coerente: uno stato rialzista (mercato toro – figura 3.5 -), che si verifica quando si ha un *bias* dei fondamentali positivo, e uno stato ribassista (mercato orso – figura 3.6 -), quando i fondamentali sono negativi.

Figura 3.5 Stato di mercato coerente rialzista. Bull Market.

L'elevata persistenza nelle tendenze che si sviluppano nelle quotazioni dei titoli rendono questo tipo di regime (toro o orso) particolarmente profittevole, ma soprattutto poco rischioso. La forte interdipendenza tra i comportamenti degli investitori e l'ottimismo (o pessimismo) generalizzato nel mercato enfatizzano l'arrivo di *news* concordanti con la tendenza in atto, mentre tendono ad ignorare quelle discordanti. Il mercato giace quindi in una posizione di stabilità lontana dal punto di equilibrio originario, sostenuta dal continuo afflusso di liquidità (o deflusso in caso di mercato ribassista); quanto più forte risulterà essere l'influenza dei fondamentali, tanto più improbabile sarà un allontanamento del mercato dalla posizione di stabilità raggiunta: questo fenomeno è dovuto alla presenza della barriera di potenziale, la cui altezza è proporzionale all'intensità del bias dei fondamentali.

Figura 3.6 Stato di mercato coerente ribassista. Bear Market.

Qualora dovesse verificarsi un peggioramento nel bias dei fondamentali si assisterebbe innanzitutto ad un abbassamento della barriera di potenziale e, con essa, ad un aumento della

probabilità della transizione della sfera di potenziale verso il lobo opposto. Chiaramente l'evoluzione dello stato in esame dipende dall'impatto derivante dai fondamentali, in quanto se il loro peggioramento è notevole il mercato transiterà verso il regime di mercato coerente opposto, mentre in presenza di fondamentali neutri transiterà verso uno stato caotico oppure verso uno stato efficiente (in questo caso si dovrebbe registrare anche una riduzione del *sentiment*).

L'evidenza empirica ha mostrato come il mercato rialzista si presenti più frequentemente rispetto a quello ribassista⁸ ed inoltre come in entrambi i casi difficilmente il mercato possa evolvere verso lo stato coerente opposto: la spiegazione di questo ultimo punto va ricercata nell'attività interventista adottata dalle Autorità monetarie competenti, volte a regolare l'andamento del sistema economico e finanziario, impedendo in tal modo uno spostamento dei fondamentali da un estremo all'altro. Se ne deduce che l'evoluzione più probabile del mercato da uno stato coerente sarà verso un regime caotico oppure verso un mercato efficiente.

3.2.4 Il mercato caotico

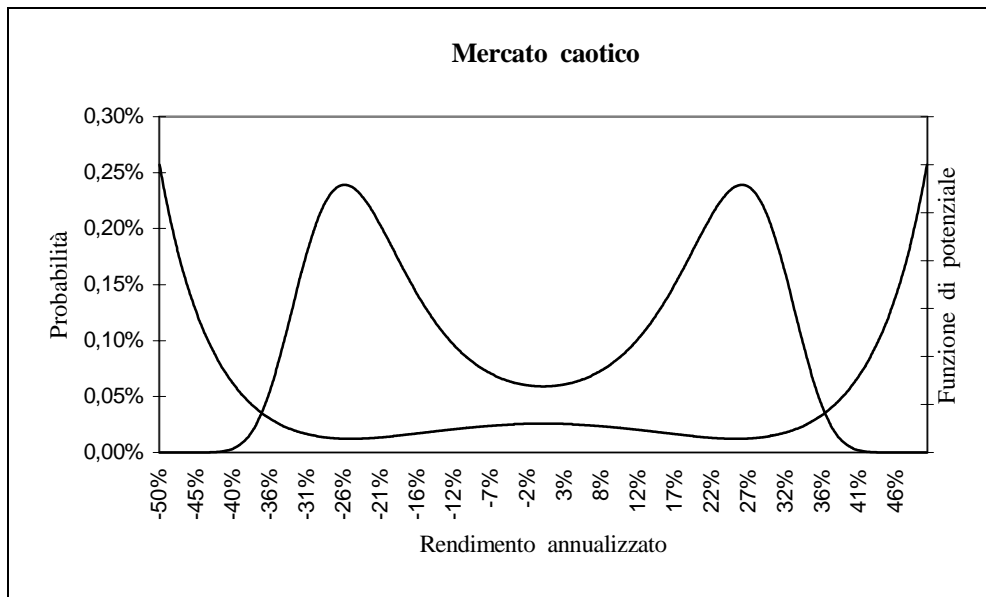
Si tratta di uno stato del mercato particolarmente pericoloso in quanto caratterizzato dalla formazione di tendenze rialziste o ribassiste delle quotazioni estremamente precarie e soggette ad improvvise inversioni (generate magari dall'arrivo di *news* di non particolare rilevanza). Questo comportamento nasce quando elevati livelli di *group think* tra gli investitori si sviluppano in una situazione macroeconomica non chiara, con fondamentali quasi neutri: gli elevati valori del *sentiment* conferiscono persistenza alle dinamiche del parametro d'ordine, mentre la precarietà nei fondamentali consente la formazione di temporanee tendenze rialziste o ribassiste, ma destinate a mutare rapidamente in corrispondenza di variazioni nelle prospettive macroeconomiche (che come già osservato possono conseguire all'arrivo di *news* di portata limitata).

Statisticamente lo stato di mercato caotico presenta una funzione di potenziale biforcata (figura 3.7), nella quale i due punti attrattori sono separati da una barriera di potenziale molto meno elevata rispetto allo stato coerente; la distribuzione di probabilità del parametro d'ordine appare pressoché simmetrica⁹ rispetto al suo punto di minimo relativo (coincidente proprio con la barriera di potenziale) e presenta frequenze massime in relazione ai due punti di minimo potenziale.

⁸ In Vaga (1990:44) si legge: "The market of 1973 – 74 may be a good example of a coherent bear market. The Crash of 1929, which extended over a number of years, is another obvious example. Fortunately, there aren't many recent examples of coherent bear markets. As long as the Federal Reserve can maintain overall economic growth, and as long as recessions are reasonably short-lived, we should continue to enjoy coherent bull markets corrected by periods of random walk and perhaps occasional chaotic market periods".

⁹ La simmetria perfetta si registra soltanto in presenza di un bias dei fondamentali pari a 0: in tal caso non si assiste alla formazione di una tendenza rialzista o ribassista (equiprobabilità nell'evoluzione dei titoli) e il rendimento atteso è nullo.

Figura 3.7 Stato di mercato caotico.



Ciò che diverge sensibilmente rispetto allo stato precedente riguarda l'attuale scarsa altezza della barriera di potenziale, causata dalla debolezza dei fondamentali. Le dinamiche dei rendimenti conseguenti alla struttura descritta, rappresentano il punto più delicato e difficile per la chiara comprensione di questo regime. Infatti, quando si genera un periodo di comportamento polarizzato, il mercato si viene a trovare in uno stato particolare ed è più probabile che permanga in tale posizione, anziché transitare verso l'opposto. Tuttavia, se i fondamentali stanno cambiando, il tempo medio richiesto per il mutamento di tendenza diminuisce drammaticamente, anche se in apparenza il mercato sembra non modificare il suo stato. Questo significa che l'abbassamento della barriera di potenziale rende più facili eventuali inversioni di tendenza del parametro d'ordine, ma ciò non impedisce, nel breve termine, l'assestarsi del mercato in una posizione di temporanea stabilità (il parametro d'ordine può stabilizzarsi anche in corrispondenza del lobo meno probabile). A lungo termine questa situazione appare insostenibile e si assisterà allo spostamento del mercato verso il lobo opposto (si ricordi che il tempo medio richiesto per il cambiamento è ora molto basso).

La dinamica descritta rende il mercato caotico uno stato molto rischioso per gli operatori che dispongono di capacità previsionali medie. Il fatto di avere una distribuzione di probabilità che individua negli estremi i rendimenti più probabili (sostanziale equa probabilità), lascia intuire come nel lungo periodo il rendimento medio del mercato assumerà un valore pressoché nullo.

Le repentine inversioni di tendenza, che si registreranno nel lungo periodo, faranno sì che le *performance* del parametro d'ordine ottenute in una direzione saranno compensate da quelle contrarie.

Conclusioni

Il modello di Vaga presenta elementi di grande interesse. L'autore ha percorso un filone di ricerca, quello dell'econofisica, che si è sviluppato molto nel corso degli anni novanta¹. L'econofisica è un'area disciplinare molto articolata, il cui tema dominante è la spiegazione delle dinamiche tipiche dei fenomeni economici mediante modelli derivati, con le appropriate estensioni, dalla statistica fisica. Il modello di Vaga si colloca appunto su una linea di sviluppo che parte dal modello del ferromagnetismo di Ising passando per le teoria sociologiche di Haken e di Callen e Shapero. Le ragioni dell'interesse crescente per queste contaminazioni tra fisica e finanza sono evidenti: il crollo della Borsa di New York dell'ottobre 1987 ha posto in modo drammatico la questione delle cause delle fluttuazioni dei ritorni finanziari. Attraverso la breccia aperta da questo evento drammatico la ricerca finanziaria ha accolto molte idee nuove che erano rimaste per anni ai margini dell'ortodossia, rappresentata dall'ipotesi di mercato efficiente.

Alla luce dei risultati raggiunti dagli studi successivi possiamo ora riassumere i pregi e i limiti del lavoro di Vaga. Come molti precursori, Vaga propone idee suggestive e promettenti, ma la traduzione di queste idee non è sempre chiara e rigorosa, specie quando si tratta di specificare empiricamente il modello. L'ipotesi di mercato coerente promette di spiegare le fluttuazioni dei ritorni tenendo conto dei cambiamenti di regime e ricomprendendo tra i regimi possibili quello di *random walk*, in tal modo inglobando al suo interesse la visione "ortodossa" come caso particolare.

L'analogia tra mercati finanziari e sistemi fisici è persuasiva nell'evidenziare la dipendenza delle fluttuazioni macroscopiche dalle interazioni a livello micro, condizionate dai parametri di controllo.

Il linguaggio dell'autore diventa però più generico e sfumato quando il modello viene calato nell'interpretazione delle dinamiche di mercato osservabili. Negli approfondimenti presentati in Vaga (1994), che è un libro di taglio divulgativo, l'autore passa in rassegna gli stili di investimento di alcuni *fund manager* statunitensi di grande successo, e mette in luce le affinità tra i punti di forza di quelle strategie e le idee guida del suo modello, quali lo sfruttamento di fasi coerenti di mercato prodotte dalla convergenza tra forze "fondamentali" e imitative. Se sul piano discorsivo questo parallelo appare plausibile, non è altrettanto chiaro quale sia il valore aggiunto della formalizzazione proposta nel modello, rispetto a quanto gli operatori possono apprendere dall'esperienza.

¹ Per un'introduzione all'econofisica si veda Mantegna (1999). Un punto di accesso a molti studi recenti in materia è il sito web <http://www.econophysics.org>.

In effetti Vaga ha avuto di fronte ostacoli formidabili quando si è proposto di calare nella realtà finanziaria un modello fisico come quello di Ising. Per limitarci ai due problemi più ostici, si deve innanzitutto riscontrare che la stilizzazione del mercato fatta da Vaga, fedelmente ricalcata sul caso del ferromagnetismo, ritrae in modo eccessivamente grezzo e meccanico i microcomportamenti degli agenti di mercato e le loro interazioni. Queste ultime hanno un raggio d'azione breve (tra "molecole" adiacenti) e presuppongono una rappresentazione topologica del mercato come una griglia di agenti tra loro omogenei, ignorando così la presenza di *cluster* di agenti diversi per accesso alle informazioni e per regole di condotta.

Ciò nonostante, il modello emula il comportamento empirico dei ritorni in modo verosimile, fornendo una rappresentazione suggestiva di molte anomalie, quali le variazioni della volatilità e le fluttuazioni estreme che si accompagnano ai cambiamenti di regime. Inoltre, il modello descrive in modo formalmente rigoroso le proprietà statistiche delle fasi di mercato. Uno potrebbe sperare di costruire su queste fondamenta un nuovo sistema di misurazione della volatilità, più duttile rispetto alle tecniche standard che assumono distribuzioni stazionarie o soggette a spostamenti progressivi di entità contenuta (come nei processi di tipo *GARCH*).

Nella pratica, e qui si evidenzia il secondo problema, Vaga non fornisce indicazioni concrete per misurare empiricamente i parametri del suo modello al fine di diagnosticare gli stati di mercato più probabili. A questo problema l'autore risponde, per analogia, portando ad esempio il sistema di segnali di Zweig, lasciando peraltro insoddisfatte molte delle curiosità dell'aspirante utilizzatore del modello. A prescindere dai risultati di Vaga, rimane comunque formidabile l'impresa di inferire dall'osservazione delle serie dei ritorni uno stato di mercato dal quale il modello definisce la distribuzione ergodica, ovvero quella che si osserverebbe a lungo andare in costanza di parametri di controllo, parametri che invece il modello assume in continuo cambiamento, e specialmente nelle fasi più interessanti, che sono quelle di transizione tra stati.

I limiti evidenziati, che non si vogliono imputare all'autore, comunque meritevole per il suo sforzo originale di concettualizzazione, sono stati affrontati negli studi che si collegano più o meno da vicino al filone dell'econofisica.

Le ricerche successive che spiegano le fluttuazioni dei mercati con sistemi fisici alla Ising, come Chowdhury e Stauffer (1999), hanno introdotto elementi di complessità e realismo, quali l'aggregazione degli agenti in *cluster* e la spiegazione endogena delle variazioni di *sentiment*. Questi studi portano una strumentazione quantitativa nuova (per la finanza), rigorosa e duttile nell'ambito della vastissima letteratura sui modelli di mercato "di laboratorio" con agenti eterogenei, capaci di generare dinamiche dei ritorni sempre più simili a quelle osservate, per diversi intervalli di rilevazione e regimi di mercato.

Un altro filone che idealmente risponde a questioni lasciate aperte da Vaga è quello dell'analisi econometrica delle serie temporali finanziarie, che ha compiuto progressi decisivi negli anni novanta grazie alla disponibilità di *database* di prezzi ad alta frequenza. Ciò ha messo in condizione di misurare empiricamente i meccanismi di impatto e di propagazione degli *shock* su una cascata di intervalli temporali che va dai pochi secondi fino al lungo periodo². I risultati raggiunti in questi studi, fra cui ricordiamo Zumbach, Dacorogna, Olsen e Olsen (1999), segnano importanti progressi nella costruzione di metodi di inferenza statistica per stimare la probabilità di *shock* di larga scala, come quelli prodotti dai cambi di regime.

A conclusione di questo lavoro vorremmo però sottolineare un'altra intuizione rintracciabile nei lavori di Vaga. Ci riferiamo all'importanza che il nostro autore annette allo studio delle strategie operative che sono effettivamente applicate nel mercato, approccio che ritroviamo nei modelli

² Un centro di ricerca all'avanguardia in materia è la società di ricerca svizzera Olsen & Associates. Si rimanda ai materiali reperibili nel sito relativo (<http://www.olsen.ch>).

“ecologici” dei mercati finanziari che spiegano l’impatto sui prezzi e le fluttuazioni della volatilità in base ai cicli di diffusione delle strategie operative concorrenti tra la popolazione degli operatori finanziari. Si tratta di una linea di ricerca che si è spesso intersecata con le due prima considerate, e che trova precedenti illustri negli studi di microeconomia finanziaria sull’impatto delle strategie di *portfolio insurance*, come Grossman (1988) e Grossman e Zhou (1996).

La ricerca più avanzata in materia è stata prodotta negli ultimi anni da società private, come la Prediction Company³ di Santa Fe, per conto di grosse banche internazionali. Il lavoro intrapreso in questa linea è degno della massima attenzione, dato che promette di catalizzare le potenzialità offerte dalle nuove metodologie di modellizzazione e di analisi empirica verso una comprensione più ampia e rigorosa del funzionamento dei mercati finanziari.

³ Si veda il sito <http://www.predict.com>, che peraltro è piuttosto povero di materiali accessibili al pubblico. In Farmer (1998) l’autore, originariamente membro del gruppo di Santa Fe, espone alcune idee maturate presso la Prediction Company, con la quale ha collaborato fino ai primi mesi del 1999.

Bibliografia

Arthur, W.B. (1990), "Positive Feedbacks in the Economy.", in *Scientific American*, February, pagg. 80-85.

Arthur, W.B. (1994), "Inductive Reasoning and Bounded Rationality (The El Farol Problem)", in *American Economic Review*, nr. 84, pagg. 406-411.

Bak, P. e K. Chen (1991), "La criticità autorganizzata", in *Le scienze*, nr. 271, Marzo, pagg. 22-30.

Becker, G.S. (1991), "A Note on Restaurant Pricing and Other Examples of Social Influences on Price", in *Journal of Political Economy*, vol. 99, nr. 5, pagg. 1109-1116.

Brock, W.A. (1986), "Distinguishing Random and Deterministic Systems: Abridged Version", in *Journal of Economic Theory*, vol. 40, pagg. 168-195.

Brock, W.A., J. Lakonishok e B. LeBaron (1992), "Simple Technical Trading Rules and the Stochastic Properties of Stock Returns", in *Journal of Finance*, vol. 47, pagg. 1731-1764.

Callen, E. e D. Shapero (1974), "A Theory of Social Imitation", in *Physics Today*, July, pagg. 23-28.

Chowdhury, D. e D. Stauffer (1999), "A Generalized Spin Model of Financial Markets", in *European Physical Journal B*, vol. 8, nr. 3, April I, pagg. 477-482.

Cohen, B. (1997), *The Edge of Chaos. Financial Booms, Bubbles, Crashes and Chaos*, John Wiley & Sons, New York.

Fama, E.F. (1965), "Portfolio Analysis in a Stable Paretian Market", in *Management Science*, vol. 11, pagg. 404-419.

Farmer, J.D. (1998), *Market Force, Ecology, and Evolution*, Santa Fe Institute, Working Papers, Santa Fe, 98-12-117 E.

Gleick, J. (1988), *Chaos: Making a New Science*, trad. it. *Caos* (1996), Sansoni, Firenze, Sphere Books, London.

Grossman, S.J. (1988), "An Analysis of the Implications for Stock and Futures Price Volatility of Program Trading and Dynamic Hedging Strategies", in *Journal of Business*, vol. 61, nr. 3, pagg. 275-298.

Grossman, S.J. e Z. Zhou (1996), "Equilibrium Analysis of Portfolio Insurance", in *Journal of Finance*, vol. 51, nr. 4, September, pagg. 1379-1403.

- Haag, G. e W. Weidlich (1983), *Concepts and Methods of Quantitative Sociology: The Dynamics of Interacting Populations*, Springer Verlag, Berlin.
- Haken, H. (1983), *Synergetics. An Introduction: Nonequilibrium Phase Transition and Self-Organization in Physics, Chemistry, and Biology*, Springer Verlag, Berlin.
- Hsieh, D.A. (1991), "Chaos and Nonlinear Dynamics: Application to Financial Markets", in *Journal of Finance*, vol. XLVI, nr. 5, December, pagg. 1839-1877.
- Kaniowski, Y.M. (1999), *Diffusion Approximations in Birth and Death Processes and "Musical Chairs"*, DISA, Dipartimento di Informatica e Studi Aziendali, Università di Trento, Tech Reports, Trento, Aprile.
- Kirman, A. (1993), *Testing for Bubbles*, European University Institute, Firenze, mimeo.
- Mantegna, R.N. (1999), *Introduction to Econophysics. Correlation and Complexity in Finance*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Nicolis, G. e I. Prigogine (1987), *Exploring Complexity. An Introduction*, R. Piper GmbH & Co. KG, Monacotrad. trad. it. *La complessità. Esplorazioni nei nuovi campi della scienza* (1991), Giulio Einaudi editore, Torino.
- Peters, E.E. (1996), *Chaos and Order in the Capital Markets. A New View of Cycles, Prices, and Market Volatility.*, John Wiley & Sons, New York, 2a edizione..
- Vaga, T. (1979), "Stock Market Fluctuations", in *Physics Today*, vol. 32, nr. 2, pag. 80.
- Vaga, T. (1990), "The Coherent Market Hypothesis", in *Financial Analysts Journal*, November-December, pagg. 36-49.
- Vaga, T. (1994), *Profiting from Chaos. Using Chaos Theory for Market Timing, Stock Selection and Option Valuation*, McGraw-Hill, New York.
- Waldrop, M.M. (1993), *Complexity: the Emerging Science at the Edge of Order and Chaos.*, Viking, London, trad. it. *Complessità: Uomini e idee al confine tra ordine e caos* (1995), Instar libri, Torino.
- Weidlich, W. (1988), *Interregional Migration: Dynamic Theory and Comparative Analysis*, Springer Verlag, Berlin.
- Zumbach, G.O., M.M. Dacorogna, J.L. Olsen e R.B. Olsen (1999), *Introducing a Scale of Market Shocks*, Olsen & Associates, Zurich, G.O.Z. 1998-10-01, march.
- Zweig, M.E. (1985), "The Fed and the Tape: Together, They Form an Explosive Market Mix", in *Barron's*, February, pagg. 24-27.

Collana ALEA Tech Reports

- Nr.1 F. Sguera, *Valutazione e copertura delle opzioni binarie e a barriera*, Marzo 1999.
- Nr.2 A. Beber, *Introduzione all'analisi tecnica*, Marzo 1999.
- Nr.3 A. Beber, *Il dibattito su dignità ed efficacia dell'analisi tecnica nell'economia finanziaria*, Marzo 1999.
- Nr. 4 L. Erzegovesi, *Capire la volatilità con il modello binomiale*, Luglio 1999.
- Nr. 5 G. Degasperì, *La dinamica delle crisi finanziarie: i modelli di Minsky e Kindleberger*, Agosto 1999
- Nr. 6 L. Erzegovesi, *Rischio e incertezza in finanza: classificazione e logiche di gestione*, Settembre 1999
- Nr. 7 G. Degasperì, L. Erzegovesi, *I mercati finanziari come sistemi complessi: il modello di Vaga*, Settembre 1999.

I Tech Reports possono essere scaricati gratuitamente dal sito di ALEA:
<http://www.cs.unitn.it/grupE>. Dalla Home Page seguire il collegamento [ALEA Tech Reports](#).